Formelark 1T

KI · IKKE KONTROLLERT

Algebra

Kvadratsetningene	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Konjugatsetningen	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Fullstendig kvadrat	$x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$
Potenser	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ og $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
Potens av potens	$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
Produkt og brøk	$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ og $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
Null og negativ eksponent	$a^0 = 1$ og $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
Rot som potens	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ og $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
Kvadratrøtter	$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ og $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
Rot i nevneren	$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$
Identitet	Venstre og høyre side er like for alle x

Andregradslikninger

$ax^2 + bx + c = 0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Antall løsninger	To når $b^2 - 4ac > 0$, én når $b^2 - 4ac = 0$, ingen når $b^2 - 4ac < 0$
Faktorisering med nullpunktene	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
$x^2 + bx + c = 0$ med løsninger x_1 og x_2	$x_1 + x_2 = -b$ og $x_1 \cdot x_2 = c$
Produktregelen	$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ eller $b = 0$
$x^2 = k$, $k > 0$	$x = \pm\sqrt{k}$

Polynomer og ulikheter

Divisjonen $P(x) : (x - a)$	Går opp når $P(a) = 0$, ellers er resten $P(a)$
Heltallig nullpunkt	Går opp i konstantleddet (heltallige koeffisienter)
Tredjegradspolynom med tre nullpunkter	$a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$
Ulikhet	Snu ulikhetstegnet når du ganger eller deler med et negativt tall
Ulikhet av høyere grad	Samle alt på venstre side, faktoriser og tegn fortegnslinje
Rasjonal ulikhet	Ikke gang med nevneren. Fortegnslinje med bruddpunkt der nevneren er 0
Likningssett, innsetting	Løs én likning for x eller y, og sett inn i den andre
Likningssett, addisjon	Gang med et tall slik at én variabel faller bort når likningene legges sammen
Likningssystem uten løsning	Parallelle linjer: likt stigningstall, ulikt konstantledd
Skjæringspunkt mellom grafer	$f(x) = g(x)$

Lineære funksjoner

Rett linje	$y = ax + b$
Stigningstall	$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Ettpunktsformelen	$y - y_1 = a \cdot (x - x_1)$
Parallelle linjer	$a_1 = a_2$

Andregradsfunksjoner

$f(x) = ax^2 + bx + c$	$a > 0$: ☺ $a < 0$: ☹
Symmetrilinje	$x = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}$
Topp- eller bunnpunkt (x_0, y_0)	$f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$
Nullpunkter x_1 og x_2	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Potens- og eksponentialfunksjoner

Potensfunksjon	$f(x) = a \cdot x^b$
Eksponentialfunksjon	$f(x) = a \cdot b^x$ der $a = f(0)$
Vekstfaktor ved p % endring	$b = 1 \pm \frac{p}{100}$
Vekstfaktor fra to punkter	$b = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{\frac{1}{x_2 - x_1}}$
$f(x) = a \cdot b^x + c$, $0 < b < 1$	Horisontal asymptote $y = c$

Rasjonale funksjoner

Nullpunkt for $\frac{P(x)}{Q(x)}$	$P(x) = 0$ og $Q(x) \neq 0$
Vertikal asymptote	$x = a$ når $Q(a) = 0$ og $P(a) \neq 0$
Horisontal asymptote	$y = k$ når $f(x) \to k$ for $x \to \pm\infty$
$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$	$x = -\frac{d}{c}$ og $y = \frac{a}{c}$
Nullpunkt for $\frac{ax+b}{cx+d}$	$x = -\frac{b}{a}$
Lavere grad i teller enn i nevner	Horisontal asymptote $y = 0$
Fra asymptoter $x = s$, $y = k$ og nullpunkt n	$f(x) = \frac{k \cdot (x - n)}{x - s}$

Vekstfart og derivasjon

Gjennomsnittlig vekstfart i $[a, b]$	$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
Momentan vekstfart i $x = a$	$f'(a)$, stigningstallet til tangenten
Definisjon, $f'(x)$ er verdien brøken nærmer seg når $\Delta x \to 0$	$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \to f'(x)$
Tangent i $(a, f(a))$	$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$
Tangent parallell med $y = ax + b$	$f'(x) = a$
Grafen stiger eller synker	$f'(x) > 0$ eller $f'(x) < 0$
Topp- eller bunnpunkt	$f'(x) = 0$, og f' skifter fortegn
Terrassepunkt	$f'(x) = 0$, og f' skifter ikke fortegn
Størst eller minst vekstfart	Topp- eller bunnpunkt på grafen til f'

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
$ax + b$	a
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$k \cdot u$	$k \cdot u'$
$u \pm v$	$u' \pm v'$

$f(x)$	$f'(x)$
$ax^3 + bx^2 + cx + d$	$3ax^2 + 2bx + c$

Trigonometri

Rettvinklet trekant	$\sin v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}}$
	$\cos v = \dfrac{\text{hosliggende katet}}{\text{hypotenus}}$
	$\tan v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggende katet}} = \dfrac{\sin v}{\cos v}$
Pytagoras	$a^2 + b^2 = c^2$ der c er hypotenusen
Enhetssirkelen	Punktet på sirkelen er $(\cos v, \sin v)$
Enhetsformelen	$(\sin v)^2 + (\cos v)^2 = 1$
Supplementvinkler	$\sin(180° - v) = \sin v$
	$\cos(180° - v) = -\cos v$
Komplementvinkler	$\sin(90° - v) = \cos v$
Arealsetningen	$T = \dfrac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$
Sinussetningen	$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$
Cosinussetningen	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$
Vinkel fra tre sider	$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
$\sin v = k, 0 < k < 1$	To vinkler: $v = \sin^{-1} k$ og $180° - v$
Ukjent side i cosinussetningen	Andregradslikning med ingen, én eller to positive løsninger
Areal av firkant	Del i to trekanter med en diagonal

v	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Geometri

Trekant og trapes	$A = \dfrac{g \cdot h}{2}$ og $A = \dfrac{(a+b) \cdot h}{2}$
Sirkel	$A = \pi r^2$ og $O = 2\pi r$
Sylinder	$V = \pi r^2 h$ og $O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
Trekant med vinklene 30°, 60° og 90°	Sidene er s, $\sqrt{3} \cdot s$ og $2s$
Trekant med vinklene 45°, 45° og 90°	Sidene er s, s og $\sqrt{2} \cdot s$
Likesidet trekant med side s	$h = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot s$ og $A = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot s^2$
Formlike trekanter	Like vinkler og samme forhold mellom tilsvarende sider
Thales' setning	$\angle C = 90°$ når AB er diameter og C ligger på sirkelen

Tallmønstre og bevis

Partall og oddetall	$2n$ og $2n - 1$
Kvadrattall og rektangeltall	n^2 og $n \cdot (n+1)$
Trekanttall	$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n \cdot (n+1)}{2}$
Sum av oddetall	$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$
Fast differanse d	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
Fast vekstfaktor k	$a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$
Differansen øker med et fast tall	$a_n = an^2 + bn + c$

Notasjon

Notasjon	Betyr
$\langle a, b \rangle$ og $[a, b]$	Åpent og lukket intervall
$\langle \leftarrow, a]$ og $[a, \rightarrow \rangle$	Alle tall til og med a, og fra og med a
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	Naturlige tall, heltall, rasjonale tall, reelle tall
$x \in A$ og $A \setminus B$	x er element i A, og A uten B
$A \cup B$ og $A \cap B$	Union (eller) og snitt (og)
D_f og V_f	Definisjonsmengde og verdimengde
$p \Rightarrow q$ og $p \Leftrightarrow q$	Implikasjon og ekvivalens
$\sin^2 v$ og $\sin^{-1} x$	$(\sin v)^2$, og vinkelen med sinusverdi x
$\angle A$ og $\triangle ABC$	Vinkelen ved A, og trekanten ABC
$f(x) \to k$ når $x \to \infty$	$f(x)$ nærmer seg k når x blir stor
$f'(x)$	Den deriverte av f

Programmering

Verditabell med vilkår

```
def f(x):
    return (1 - 2*x) / (x - 2)

x = -4
while x <= 4:
    if x != 2:          # ikke del på null
        print(x, f(x))
    x = x + 1
```

Sum av figurtall opp til en grense

```
# figur nr. n har n**2 klosser
n = 0
total = 0
while total + (n + 1)**2 <= 10000:
    n = n + 1
    total = total + n**2
print(n, total)
```

Gjennomsnittlig og momentan vekstfart

```
def f(x):
    return x**3 - 2*x

a = 1                   # momentan i x = a
b = 3                   # snitt i [a, b]
h = 0.0001
snitt = (f(b) - f(a)) / (b - a)
momentan = (f(a + h) - f(a - h)) / (2*h)
print(snitt, momentan)
```

Halveringsmetoden for $f(x) = 0$

```
a = 1                       # f(a) og f(b) har
b = 2                       # ulike fortegn
while b - a > 0.0001:
    m = (a + b) / 2
    if f(a) * f(m) < 0:
        b = m
    else:
        a = m
print(m)
```

Heltallene 1 til n	`for i in range(1, n + 1):`
x^n og $\sqrt{x}$	`x**n` og `x**0.5`
Sammenlikning	`==`, `!=`, `<=`
Rest ved divisjon	`n % 2 == 0` når `n` er et partall
To desimaler	`round(x, 2)`