S2 – dette må du mestre H26

16.10.26

Laget av KI: snakk med læreren din først

Denne oversikten er laget av KI ut fra tidligere eksamensoppgaver. Den kan ta feil, og den kjenner ikke deg. Læreren din vet best hva *du* bør øve på, så spør læreren først.

Står du helt på bar bakke, eller leser du til privatisteksamen, kan du bruke arket som et utgangspunkt for øvingen.

Gjelder eksamen høsten 2026

Denne guiden er for kontinuasjons- og privatisteksamen i S2 høsten 2026. Da gjelder fortsatt den gamle ordningen, med datamaskin på Del 2. Fra våren 2027 er det ikke lov med datamaskin på Del 2. Skal du opp da eller senere, skal du bruke den vanlige guiden: S2 – dette må du mestre.

Denne siden bygger på alle de sju eksamenene i S2 fra våren 2023 til våren 2026. Alle hadde datamaskin på Del 2, som H26. Vi har sortert oppgavene i oppgavetyper og telt hvor ofte hver type har vært med.

- **Karakter 2:** Forbered deg på alt i de grønne boksene. Det er de lette delene av oppgavetypene som er med på (nesten) *hver* eksamen. Du trenger ikke få til alt for å få 2, men jo mer av det du kan, jo tryggere er du.
- **Karakter 4:** Forbered deg i tillegg på de blå boksene. Heller ikke her må du kunne alt for å få 4, men har du forberedt deg på alt, kan du også få 5 eller 6.
- **Øv på:** Under hver oppgavetype står eksamensoppgaver å øve på. QR-koden legger alle eksamensoppgavene av typen inn i *Mine oppgaver* på matematikkoppgaver.no.

Oversikt

Oppgavetype	Del	Med på	Karakter 2	Karakter 4
Regne ut integraler	1	7 av 7	✓	✓
Areal og integral fra graf	1 og 2	6 av 7	✓	✓
Aritmetiske og geometriske rekker	1 og 2	6 av 7	✓	✓
Forventningsverdi og varians	1	7 av 7	✓	✓
Normalfordeling	1 og 2	7 av 7	✓	✓
Grensekostnad og enhetskostnad	1 og 2	7 av 7	✓	✓
Programmering og rekursive sammenhenger	1 og 2	7 av 7	✓	✓
Sparing og lån	2	7 av 7	✓	✓
Hypotesetest	1 og 2	7 av 7	✓	✓
Vekstmodeller	2	6 av 7	✓	✓
Lage en modell med regresjon	2	6 av 7	✓	✓
Pris, etterspørsel og inntekt	2	3 av 7	✓	✓

Slik er eksamen

Del	Tid	Hjelpemidler høsten 2026
Del 1	3 timer	Skrivesaker og linjal
Del 2	2 timer	Alle hjelpemidler, unntatt internett og verktøy for kommunikasjon. Du kan bruke datamaskin med GeoGebra, CAS, regneark og Python, men ikke KI.

H26 har samme ordning som V26. I V26 ga Del 1 30 av 50 poeng og Del 2 20 poeng, fordelt på fire oppgaver. Fra 2023 til 2025 varte Del 1 i 2 timer og Del 2 i 3 timer, så de settene har mer stoff på Del 2 enn du får nå. Tabellen over standard normalfordeling følger med oppgavesettet, også på Del 1.

Når du bruker digitale verktøy på Del 2, skal sensor kunne se hva du har gjort:

- **CAS:** Lim inn utskriften, og skriv med ord hva hver linje gjør og hva svaret betyr.
- **Graf:** Lim inn grafen med punktene du bruker markert, og skriv koordinatene.
- **Regresjon:** Vis dataene, hvilken modell du valgte og uttrykket du fikk.
- **Program:** Lim inn både koden og det programmet skriver ut når du kjører det.
- Skriv alltid svaret med ord og enhet til slutt.

Hva kan komme på H26?

> **Dette er en prognose, ikke en fasit**
>
> Vi har sammenlignet høstsettene H23, H24 og H25 med vårsettene. Det er bare tre høstsett, så prognosen er usikker. Øv på alle oppgavetypene i guiden.

Høstsettene i S2 ligner ikke mest på våreksamen samme år. De ligner mest på *høstsettet året før*. H25 var nesten en kopi av H24 i oppbygning. Høstsettene lages også sammen med R2, så noen oppgaver er like i de to fagene. Bruk derfor H25 for innholdet og V26 for formatet.

- **Svært sannsynlig:**
  - diskret sannsynlighetsfordeling med $\mathrm{E}(X)$ og $\mathrm{Var}(X)$, gjerne «skriv av og fyll ut tabellen»
  - enhetskostnad og grensekostnad, fra en graf med tangenter eller fra $K(x)$
  - bestemt integral og areal
  - rekker på Del 1: sum av en aritmetisk rekke, en uendelig geometrisk rekke og en anvendelse (H23, H24, H25 og V26)
  - normalfordeling, sentralgrensesetningen og hypotesetest
  - annuitetslån der du skal finne rentesatsen (fire sett på rad)
  - rekursiv sammenheng og program
- **Sannsynlig:** logistisk modell med raskest vekst og samlet mengde med integral (H24 og H25), og simulering.
- **Usikkert:** hvilken integrasjonsteknikk som kommer på Del 1. H24 og H25 hadde delvis integrasjon, V24–V26 hadde variabelskifte. Øv på begge.

Øv med hele eksamenssett

Det viktigste rådet: Gjør hele eksamenssett på tid, *uten* mer hjelp enn du har lov til på eksamen. Ingen løsningsforslag, ingen nettsøk og ingen KI før du er ferdig.

Når	Gjør dette
14 dager før eksamen	Ett helt eksamenssett på tid
7 dager før eksamen	Et nytt eksamenssett
2 dager før eksamen	Et siste eksamenssett

Bruk gjerne V26 og H25 blant settene. V26 har nøyaktig samme ordning som H26, med 3 timer på Del 1 og 2 timer på Del 2. H25 har samme hjelpemidler, men 2 timer på Del 1 og 3 timer på Del 2. H25 er likevel viktig fordi høstsettene ligner hverandre.

Skriv ned hvor mange poeng du fikk til uten hjelp hver gang, og se etterpå på oppgavene du ikke klarte. Jobber du jevnt og trutt mellom settene, får du til mer og mer. Bruk oppgavetypene under til å øve på det du ikke fikk til.

Oppgavetyper uten hjelpemidler

Regne ut integraler

Slik ser det ut

Del 1 · med på 7 av 7, alltid som oppgave 1 · 2–4 poeng

«Regn ut integralet $\int_0^1 \left(e^x + 3x^2\right) \mathrm{d}x$» (V23), eller et ubestemt integral der du må bruke variabelskifte eller delvis integrasjon (V24, H24, V25, H25, V26).

Alle oppgavene der du regner ut integraler (8)

Karakter 2

- Kunne grunnreglene: $\int x^r \,\mathrm{d}x = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + C$ når $r \neq -1$, $\int e^x \,\mathrm{d}x = e^x + C$ og $\int \frac{1}{x} \,\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.
- Regne ut et bestemt integral: finn den antideriverte F og regn ut $F(b) - F(a)$. $\int_0^1 \left(e^x + 3x^2\right) \mathrm{d}x = \left[e^x + x^3\right]_0^1 = (e+1) - (1+0) = e$.
- Huske $+ C$ på et ubestemt integral.

Øv på: Bestemt integral 2, Bestemt integral 3, Integraler S2 v25 (a)

Karakter 4: i tillegg

- Variabelskifte når den deriverte av kjernen står som faktor: Med $u = x^2 + 1$ blir $\int \left(x^2+1\right)^3 \cdot 2x \,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\left(x^2+1\right)^4 + C$.
- Kjenne igjen $\int \frac{u'}{u} \,\mathrm{d}x = \ln|u| + C$, som i $\int \frac{2x-1}{x^2-x-6} \,\mathrm{d}x = \ln\left|x^2 - x - 6\right| + C$ (V25).
- Delvis integrasjon: $\int u \cdot v' \,\mathrm{d}x = u \cdot v - \int u' \cdot v \,\mathrm{d}x$. Da blir $\int xe^x \,\mathrm{d}x = xe^x - e^x + C$. Delvis integrasjon kom i begge de to siste høstsettene (H24 og H25).
- Velge rett faktor å derivere: Ved $x^2 \ln x$ deriverer du $\ln x$ og integrerer x^2.

Øv på: Ubestemt integral S2 H2025, Ubestemt integral h24, Ubestemt integral v24, Integraler med substitusjon

Areal og integral fra graf

Slik ser det ut

Del 1, én gang Del 2 · med på 6 av 7 · 2–5 poeng

«Du vet at $f'(x) = \frac{2}{x^2}$ og at grafen til f går gjennom $(2, 2)$. Bestem $f(x)$. Finn arealet av området som er avgrenset av grafene til $g(x) = x$ og $h(x) = -\frac{3}{x} + 4$» (V26).

Alle oppgavene om areal og integral fra graf (7)

Karakter 2

- Finne f når du kjenner f' og ett punkt: $f(x) = -\frac{2}{x} + C$, og $f(2) = 2$ gir $-1 + C = 2$, altså $C = 3$.
- Vite at integralet blir negativt der grafen ligger under x-aksen. $\int_{-1}^{1}(x^3 + 2x)\mathrm{d}x = 0$ betyr at arealet over og under x-aksen er like store (H23).

Øv på: Antiderivasjon og areal mellom grafer (a), Bestemt integral og areal (a)

Karakter 4: i tillegg

- Finne areal når grafen krysser x-aksen: Del integralet ved nullpunktene og legg sammen arealene uten fortegn.
- Areal mellom to grafer: Finn skjæringspunktene først, og integrer øverste minus nederste graf. For g og h over gir $x = 1$ og $x = 3$ arealet $\int_1^3\left(4 - \frac{3}{x} - x\right)\mathrm{d}x = 4 - 3\ln 3 \approx 0{,}70$.
- Velge hvilket integraluttrykk som gir det markerte arealet på en figur (H25).
- Bruke en opplysning om arealet til å finne konstanten C (V25), eller løse $\int_{-1}^{x}(3t^2 - 1)\mathrm{d}t = 0$ (H24).
- På Del 2: Avgjøre om en påstand om areal stemmer (H24). Tegn grafene i GeoGebra, finn skjæringspunktene med *Skjæring* og regn ut arealene med *IntegralMellom*. Prøv flere verdier av a med en glider før du konkluderer.

Øv på: Tolkning av integral og areal fra graf, Bestem f ut fra den deriverte, Integral med ukjent grense, Påstand om områder avgrenset av grafer

Aritmetiske og geometriske rekker

Slik ser det ut

Del 1, av og til Del 2 · med på 6 av 7 · 2–6 poeng

«Finn summen av den aritmetiske rekken $3 + 7 + 11 + 15 + \ldots + 399$» og «Bestem kvotienten k for en uendelig geometrisk rekke som konvergerer og som har $a_1 = 12$ og sum $= 18$» (H24).

Alle rekkeoppgavene (9)

Karakter 2

- Aritmetisk rekke: $a_n = a_1 + (n-1)d$ og $s_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n$. I $3 + 7 + \ldots + 399$ er $d = 4$, $399 = 3 + (n-1) \cdot 4$ gir $n = 100$, og summen er $\frac{3+399}{2} \cdot 100 = 20\,100$.
- Uendelig geometrisk rekke: $s = \frac{a_1}{1-k}$ når $-1 < k < 1$. Med $a_1 = 12$ og $s = 18$ blir $1 - k = \frac{12}{18}$, altså $k = \frac{1}{3}$.

Øv på: Uendelig geometrisk rekke, Aritmetiske og geometriske rekker h24 (a og b), S2 H2025 ulike rekker del 1 (a)

Karakter 4: i tillegg

- Konvergensområde når kvotienten inneholder x: Løs $-1 < k(x) < 1$. For $k = \frac{1}{2} - x$ gir det $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ (H25).
- Avgjøre om en påstand om konvergens stemmer: regn ut k og sjekk om $-1 < k < 1$.
- Sette opp en rekke fra en praktisk situasjon, som en ball som spretter eller et tårn av plater (H25, V26).
- Sette opp en geometrisk rekke selv fra en tekst om stoff som hoper seg opp i kroppen: 7 mg hver dag og 10 % brytes ned gir $k = 0{,}9$ og $s = \frac{7}{1-0{,}9} = 70$ mg (V23).
- Skrive et periodisk desimaltall som en uendelig geometrisk rekke (H24).
- På Del 2: Sammenligne to tilbud gitt ved rekursive formler, som $a_n = a_{n-1} + 10$ og $b_n = b_{n-1} \cdot 1{,}05$. Lag en tabell i regneark med én kolonne for hvert tilbud og én for summen, og les av når det ene blir størst (V23).

Øv på: Uendelig rekke med virkestoff fra legemiddel, Aritmetisk rekke, Aritmetisk og geometrisk rekke - treplatetårn, Påstand om sum av rekke, Ukjent program S2 v24, Hildegunns ukepenger

Forventningsverdi og varians

Slik ser det ut

Del 1 · med på 7 av 7 · 2–6 poeng

Et spill med en terning med fire sider. «Skriv av tabellen og fyll inn det som mangler. Bestem $E(X)$. Hva forteller dette svaret? Bestem $\text{Var}(X)$» (H25).

Alle oppgavene om forventningsverdi og varians (7)

Karakter 2

- Fylle ut en sannsynlighetsfordeling: Alle sannsynlighetene til sammen er 1.
- Forventningsverdi: $E(X) = \sum x \cdot P(X = x)$. Sett opp en tabell med en rad for $x \cdot P(X = x)$.
- Varians: $\text{Var}(X) = \sum (x - \mu)^2 \cdot P(X = x)$, og $\text{SD}(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$. I H25 er $x = -2, -1, 0, 1$ med sannsynlighet $\frac{1}{4}$ hver. Det gir $E(X) = -0{,}5$ og $\text{Var}(X) = 1{,}25$.
- Binomisk fordeling: $E(X) = np$ og $\text{Var}(X) = np(1-p)$. Med $n = 20$ og $p = 0{,}05$ blir $E(X) = 1$ og $\text{Var}(X) = 0{,}95$ (V26).

Øv på: Forventningsverdi og varians fra sannsynlighetsfordeling 2, Sannsynlighet for poengtap ved poengspill, Sannsynlighetsfordeling til brettspill, Binomisk fordeling - billettkontroll (a)

Karakter 4: i tillegg

- Tolke forventningsverdien: $E(X) = -0{,}5$ betyr at du i gjennomsnitt taper et halvt poeng per kast.
- Avgjøre om noe lønner seg: 20 billetter koster 1300 kr, mens forventet bot er $1 \cdot 1470$ kr (V26).
- Finne en ukjent verdi i tabellen når $E(X)$ er kjent (H24).
- Sette opp fordelingen til summen av to trekninger $Y = X_1 + X_2$ med produktsetningen (H23).

Øv på: Varians i diskret sannsynlighetsfordeling, Tunge kuler i kasse, Hildes terningkast

Normalfordeling

Slik ser det ut

Del 1 på fem av settene, Del 2 på to · med på 7 av 7 · 3–8 poeng

«Levetiden X til et tilfeldig valgt batteri er normalfordelt med forventet levetid 500 timer og standardavvik 50 timer. Bestem sannsynligheten for at et tilfeldig valgt batteri vil ha en levetid på mer enn 600 timer» (V23).

Alle oppgavene om normalfordeling (8)

Karakter 2

- På Del 1: Standardisere og slå opp i tabellen: $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{600-500}{50} = 2$, og $P(X > 600) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$.
- Vite at du må ta $1 - \ldots$ når du skal finne sannsynligheten for *mer enn*.
- Velge rett graf: Toppen ligger ved μ, og vendepunktene ligger ved $\mu - \sigma$ og $\mu + \sigma$.
- Omtrent 68 % av verdiene ligger mellom $\mu - \sigma$ og $\mu + \sigma$.
- Sannsynligheten for at X ligger *mellom* to verdier: Slå opp begge og trekk fra.
- På Del 2: Bruk sannsynlighetskalkulatoren i GeoGebra. Velg normalfordeling, skriv inn μ og σ, og velg intervallet. Med $\mu = 83$ og $\sigma = 3$ gir det $P(X > 87) \approx 0{,}091$ (H23). Lim inn bildet og skriv hvilken fordeling du har brukt.

Øv på: Levetiden til normalfordelte batterier (a og c), Normalfordelt laks (b), Finn riktig graf for normalfordelingene (a), Normalfordelte vinterdekk (a), Normalfordelt hoppkonkurranse (a)

Karakter 4: i tillegg

- Gå baklengs fra en sannsynlighet til en verdi: $P(X < t) = 0{,}242$ gir $z = -0{,}70$ i tabellen, og $t = 500 - 0{,}70 \cdot 50 = 465$ timer (V23). På Del 2 skriver du inn sannsynligheten i sannsynlighetskalkulatoren: $P(X < k) = 0{,}9$ med $\mu = 83$ og $\sigma = 3$ gir $k \approx 86{,}84$ m (H23).
- Bruke sentralgrensesetningen: Gjennomsnittet $\bar{X}$ av n målinger har $\text{SD}(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, og summen S har $\text{SD}(S) = \sqrt{n} \cdot \sigma$.
- Normaltilnærming til binomisk fordeling med $\mu = np$ og $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ (H24).
- Gange sammen sannsynligheter for uavhengige personer eller målinger (V25).
- Bruke simulering når det er for vanskelig å regne ut: Hvem hopper lengst av tre hoppere med ulik μ og σ? (V25)

Øv på: Figurer som viser normalfordeling, Hildes terningkast, Normalfordelt hoppkonkurranse, Hypotesetest - vannflasker, Normalfordelte vinterdekk (b og c)

Grensekostnad og enhetskostnad

Slik ser det ut

Del 1 på seks av settene, av og til Del 2 · med på 7 av 7 · 2–6 poeng

En graf av en kostnadsfunksjon K med en tangent og en linje gjennom origo. «Bruk figuren til å finne enhetskostnaden og grensekostnaden når det blir produsert 180 enheter» (V25).

Alle oppgavene om grensekostnad og enhetskostnad (8)

Karakter 2

- Grensekostnaden er $K'(x)$: stigningstallet til tangenten i punktet. Tangenten $y = 138x - 9920$ gir $K'(180) = 138$ kr (V25).
- Enhetskostnaden er $E(x) = \frac{K(x)}{x}$: $E(180) = \frac{14\,920}{180} \approx 82{,}89$ kr.
- Tolke $K'(x)$ med ord: Det koster omtrent så mye å lage én enhet til.
- På Del 2: Regn ut $K'(x)$ i CAS. Med $K(x) = 700 \cdot e^{\frac{x}{200}}$ gir det $K'(150) \approx 7{,}41$ kr (H25).

Øv på: Grensekostnader og enhetskostnader fra graf (a og b), Enhetskostnader og grensekostnader fra graf v25 (a), Grensekostnader, enhetskostnader og overskudd (a)

Karakter 4: i tillegg

- Laveste enhetskostnad er der $K'(x) = E(x)$, og på grafen der linjen gjennom origo tangerer K. Med $K'(x) = 0{,}6x + 10$ og $E(x) = 0{,}3x + 10 + \frac{3000}{x}$ gir det $0{,}3x = \frac{3000}{x}$, altså $x = 100$ (H24).
- På Del 2 løser du $K'(x) = \frac{K(x)}{x}$ med *Løs* i CAS, eller finner bunnpunktet til E med *Ekstremalpunkt*. For K over gir det $x = 200$ og $E(200) \approx 9{,}51$ kr (H25).
- Vise at $E'(x) = 0$ gir $K'(x) = E(x)$ med kvotientregelen (V24).
- Størst overskudd der $I'(x) = K'(x)$. Med fast pris p er $I'(x) = p$, så prisen må være $p = K'(x)$ (V25).
- Finne når bedriften går med overskudd: Løs $I(x) > K(x)$ i CAS, eller tegn grafene og finn *Skjæring* (H25).
- Tolke $\int_{20}^{30} K'(x)\,\mathrm{d}x = K(30) - K(20)$ som hvor mye mer det koster å lage 30 enn 20 enheter (V25).

Øv på: Grensekostnad og enhetskostnad del 1, Grensekostnader fra graf v23, Vis at enhetskostnad er like grensekostnad ved laveste enhetskostnad, Kostnads- og inntektsfunksjoner - graftolkning, Grensekostnader, enhetskostnader og overskudd (b og c), Grenseinntekt og grensekostnad på del 2

Programmering og rekursive sammenhenger

Slik ser det ut

Del 1 på fem av settene, Del 2 på seks · med på 7 av 7 · 3–4 poeng

På Del 1 et kort Python-program med en løkke. «Forklar hva eleven ønsker å regne ut. Hva blir resultatet når programmet kjøres, dersom N settes til 100?» (V23). På Del 2 skal du selv lage og kjøre et program: «Lag et program som skriver ut de 6 første leddene i rekken dersom $a_1 = 5$» (V26).

Alle programmeringsoppgavene (13)



Karakter 2

- Si hva hver variabel står for, for eksempel første ledd, differanse eller sum.
- Gå gjennom løkka for hånd to–tre ganger og skriv ned verdiene. Med `a = 3` og `d = 4` legger programmet sammen 3 + 7 + 11 + …, og med `N = 10` skriver det ut 210.
- Si med ord hva programmet skriver ut til slutt.
- Forklare kort hva et simuleringsprogram gjør: Det trekker tilfeldige verdier mange ganger, teller hvor ofte noe skjer og skriver ut resultatet (V26).
- På Del 2: Skrive en kort løkke som bruker en rekursiv sammenheng, som `a = (a - 1)**2` inne i en `for`-løkke, kjøre den og lime inn både koden og utskriften (V26).

Øv på: Ukjent program del 1 S2 (a), Ukjente programmer S2 v25, Programmering og normalfordeling - simulering (a), Rekursiv rekke og konvergens (a), Rekursiv sammenheng mellom pentagontall

Karakter 4: i tillegg

- Regne ut det programmet regner ut, med en formel: Med `N = 100` er summen $\frac{3+399}{2} \cdot 100 = 20\,100$.
- Kjenne igjen en `while`-løkke som går til summen passerer en grense (V24). På Del 2 lager du selv en slik løkke: Hvor mange dager må Wiggo spare før han har 100 000 kroner? (H25)
- Finne en rekursiv sammenheng fra en tallfølge: 1, 6, 16, 31, 51 øker med 5, 10, 15, 20, så $P_n = P_{n-1} + 5(n-1)$ (H23).
- Forklare hvordan en simulering endrer seg når du endrer en konstant: Flere simuleringer gjør det mer sannsynlig at programmet skriver ut det utfallet som har størst sannsynlighet. En høyere grense gjør at bare de største verdiene teller, og der har fordelingen med størst standardavvik en fordel (V26).
- Lage et simuleringsprogram selv med `normal(mu, sigma)` eller `randint`, kjøre det mange ganger og bruke andelen som et anslag for sannsynligheten (H23, V25, H25).

Øv på: Ukjent program S2 v24, Ukjent program h23, Rekursiv formel og programmering, Programmering av Wiggos spareplan, Kubikktall, Programmering og normalfordeling - simulering (b og c), Simuler sannsynlighet for høyden til 24 måneder gammelt barn, Normalfordelt hoppkonkurranse (c)

Oppgavetyper med hjelpemidler

Sparing og lån

Slik ser det ut

Del 2 · med på 7 av 7 · 4–6 poeng

«Anders tok opp et annuitetslån på 150 000 kroner for å kjøpe en bil. Lånet hadde en nedbetalingstid på 36 måneder med én termin per måned. Det hadde en månedlig rentesats på 0,49 prosent. Hva var terminbeløpet?» (V23).

Alle oppgavene om sparing og lån (7)

Karakter 2

- Finne vekstfaktoren: 4 % rente gir $v = 1{,}04$.
- Regne ut terminbeløpet med $L = F \cdot T$, der $F = \dfrac{1 - \frac{1}{v^n}}{v - 1}$. Lån på 357 000 kr over 8 år med 4 % rente gir $T \approx 53\,024$ kr (H25).
- Regne ut sparing med en geometrisk rekke: 27 500 kr satt inn i starten av hvert år i 5 år med 5,4 % rente gir $27\,500 \cdot 1{,}054 \cdot \frac{1{,}054^5 - 1}{0{,}054} \approx 161\,445$ kr ved slutten av det femte året (V26).
- Totale renter er alle terminbeløpene minus lånebeløpet: $8 \cdot 53\,024 - 357\,000 \approx 67\,195$ kr.
- Skrive rekka eller likningen i CAS og vise utskriften. Skriv hva n, v og hvert ledd står for.

Den første deloppgaven er nesten alltid å regne ut et terminbeløp eller en sparesum.

Øv på: Annuitetslån (a), Mathias sine lån for å kjøpe bil (a og c), BSU og annuitetslån - boligkjøp (a), Miriam og Hermods sparing (a)

Karakter 4: i tillegg

- Finne rentesatsen når terminbeløpet er kjent. Det har kommet fire sett på rad. Sett opp nåverdien av terminbeløpene lik lånet og løs for v med *Løs* i CAS: $\sum_{i=1}^{10} \frac{52\,000}{v^i} = 450\,000$ gir $v \approx 1{,}0272$, altså 2,72 % rente (H25). Se bort fra løsninger som ikke gir mening.
- Restlånet er nåverdien av terminbeløpene som er igjen. Etter 24 av 36 terminer er restlånet $4555{,}14 \cdot \frac{1 - 1{,}0049^{-12}}{0{,}0049} \approx 52\,960$ kr (V23). En nedbetalingsplan i regneark gir det samme.
- Finne antall terminer med logaritmer eller CAS når terminbeløpet er kjent (V24).
- Sparebeløp som vokser med en fast prosent eller et fast beløp hvert år (H23, V25). Sett opp rekka med summetegn i CAS, eller lag en tabell i regneark.
- Skrive rekka med summetegn og forklare hva hvert ledd betyr.

Øv på: Olivias annuitetslån, Oles studielån, Noras sparing og lån, Mathias sine lån for å kjøpe bil (b), BSU og annuitetslån - boligkjøp (b), Miriam og Hermods sparing (b og c)

Hypotesetest

Slik ser det ut

Del 2 på fem av settene, Del 1 i V25 og V26 · med på 7 av 7 · 2–6 poeng

«Marte mener hun kan smake om en colatype er Coca-Cola eller Pepsi-Cola.» Hun får riktig i 8 av 10 glass. «Avgjør ved hjelp av hypotesetesting om det er grunnlag for å si at Marte kan gjenkjenne de to colatypene» (V23).

Alle hypotesetestene (7)

Karakter 2

- Sette opp hypotesene: $H_0 : p = 0{,}5$ (hun tipper) og $H_A : p > 0{,}5$ (hun kan smake forskjell).
- Regne ut en binomisk sannsynlighet: $P(X = 6) = \binom{10}{6} \cdot 0{,}5^{10} = \frac{210}{1024} \approx 0{,}205$. På Del 2 kan du bruke sannsynlighetskalkulatoren.
- Si hvilke antakelser du gjør: forsøkene er uavhengige, og sannsynligheten er den samme hver gang.

Øv på: Hypotesetest med smak av cola (a), Hypotesetest om legemiddel (a), Hypotesetest bensin (a), Hypergeometrisk hypotesetest (a)

Karakter 4: i tillegg

- Regne ut p-verdien: $P(X \geq 8) = \frac{45+10+1}{1024} \approx 0{,}055$. Den er større enn 0,05, så vi forkaster ikke H_0. På Del 2 finner du $P(X \geq 8)$ med sannsynlighetskalkulatoren (binomisk fordeling, høyresidig).
- Finne hvor mange riktige som skal til for å forkaste H_0: Endre grensen i sannsynlighetskalkulatoren til $P(X \geq k) < 0{,}05$. Med $n = 30$ og $p = 0{,}5$ må Marte ha minst 20 riktige (V23, V24).
- Velge hypergeometrisk fordeling når du trekker uten tilbakelegging fra en liten gruppe, og forklare hvorfor (H24).
- Test av et gjennomsnitt: $\text{SD}(\bar{X}) = \frac{2{,}5}{\sqrt{25}} = 0{,}5$, $z = \frac{21-20}{0{,}5} = 2$ og $p = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228 < 0{,}05$, så vi forkaster H_0 (V25). Får du målingene i en tabell, regner du ut gjennomsnittet i regneark (H23).
- Skrive konklusjonen med ord om situasjonen, ikke bare «forkast».

Øv på: Normalfordelte vinterdekk (d), Hypotesetest - vannflasker, Hypotesetester om komponenter som er defekte, Hypotesetest med smak av cola (b og c), Hypotesetest om legemiddel (b og c), Hypergeometrisk hypotesetest (b)

Vekstmodeller

Slik ser det ut

Del 2 · med på 6 av 7 · 4–6 poeng

«Funksjonen $f(t) = \frac{700}{1+20e^{-0{,}12t}}$ er en god modell for antallet enheter butikken har solgt av produktet per uke. Når økte salget raskest, ifølge modellen, og hvor mye økte salget da?» (V24).

Alle oppgavene om vekstmodeller (6)

Karakter 2

- Kjenne igjen den logistiske modellen $f(t) = \frac{B}{1+ae^{-kt}}$. B er bæreevnen, den øvre grensen modellen nærmer seg, og startverdien er $f(0) = \frac{B}{1+a}$.
- Veksten er raskest i vendepunktet, når $f(t) = \frac{B}{2}$. Tegn grafen i GeoGebra og finn punktet med *Vendepunkt*, eller finn toppunktet på grafen til f' med *Ekstremalpunkt*. For modellen over øker salget raskest etter omtrent 25 uker.
- Regne ut $f'(t)$ i CAS og tolke svaret som vekstfart med enhet (V25, V26).

Øv på: Logistisk vekst for et produkt (a), Marcos logistiske løpetrening (b), Logistisk salg av brannvarslingssystemer (a og b), Bakteriekulturer - eksponentialvekst (a)

Karakter 4: i tillegg

- Den største vekstfarten er $\frac{kB}{4}$. For modellen over: $\frac{0{,}12 \cdot 700}{4} = 21$ enheter per uke. Det er det samme som y-verdien til toppunktet på grafen til f'.
- Samlet mengde med integral: Det samlede salget de første x ukene er $\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$. Løs $\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t = 2000$ med *Løs* i CAS (V24, H24, H25). Det har vært med i begge de to siste høstsettene.
- Gjennomsnittlig verdi over en periode: Del det samlede på antall uker (H24).
- Løse $f'(t) = g'(t)$ for to eksponentialmodeller i CAS, eller finne *Skjæring* mellom grafene til f' og g' (V26).
- Lage en ny logistisk modell fra opplysninger om bæreevne, startverdi og når veksten er størst (V25).

Øv på: Logistisk salg av brannvarslingssystemer (c), Bakteriekulturer - eksponentialvekst (b), Marcos logistiske løpetrening (c), Logistisk vekst for et produkt (b og c), Logistisk plantesalg (b og c)

Lage en modell med regresjon

Slik ser det ut

Del 2 · med på 6 av 7 · 2–3 poeng, ofte første deloppgave i en større oppgave

En tabell over inntekten fra salget av en plante noen uker. «Bruk informasjonen i tabellen til å lage en modell I på formen $I(t) = \frac{B}{1+a \cdot e^{-kt}}$. Vurder modellens gyldighetsområde» (H25).

Alle oppgavene der du lager en modell med regresjon (6)

Karakter 2

- Legge dataene inn i regnearket i GeoGebra og bruke *Regresjonsanalyse*, eller kommandoer som *RegLogistisk*, *RegEksp* og *RegPoly*. Husk å flytte x-verdiene når oppgaven sier det, som t uker etter uke 17 (H25).
- Vise bildet av punktene og grafen til modellen, og skrive uttrykket du fikk. For plantesalget gir det omtrent $I(t) = \frac{42\,000}{1+14{,}76e^{-0{,}90t}}$ (H25).
- Kunne vise at en gitt modell passer: Gjør regresjonen selv, eller sett inn noen verdier og sammenlign med tabellen (H24).

Øv på: Logistisk plantesalg (a), Marcos logistiske løpetrening (a), Modell for etterspørsel av vare (a), Grenseinntekt og grensekostnad på del 2 (a)

Karakter 4: i tillegg

- Velge modell selv og begrunne valget: En logistisk modell passer når veksten flater ut mot en grense, en eksponentiell modell når noe øker eller avtar med en fast prosent (V23, H23).
- Vurdere gyldighetsområdet: For hvilke verdier gir modellen mening, og hvor langt fram er det rimelig å bruke den?
- Bruke modellen videre: Lage $K(x)$ fra en tabell og finne største overskudd (V26), eller anslå salget et helt år og vurdere om målet nås (V26).
- Tolke uttrykk som $\int_a^b F(x)\,\mathrm{d}x$, $\frac{1}{b-a}\int_a^b F(x)\,\mathrm{d}x$ og $\sum F(i)$ for modellen din (V23).

Øv på: Regresjon på størrelsen av det norske musikkstrømmemarkedet, Inntekt, kostnader og salgsprognose (b og c), Modell for etterspørsel av vare (b)

Pris, etterspørsel og inntekt

Slik ser det ut

Del 2 · med på 3 av 7 · én til tre deloppgaver inne i en større oppgave

«Etterspørselen etter varen er gitt ved $E(p) = 300e^{-0{,}01p}$. Regn ut $E(30)$. Gi en praktisk tolkning av svaret» (H24). I V26 er etterspørselen $E(p) = 2700 - p^2$, og du skal finne inntekten og prisen som gir høyest inntekt.

Alle oppgavene om pris og etterspørsel (3)

Karakter 2

- Regne ut og tolke etterspørselen: $E(30) = 300e^{-0{,}3} \approx 222$, så det selges omtrent 222 enheter når prisen er 30 kr.
- Inntekt er pris ganger antall: $I(p) = p \cdot E(p)$.
- Finne prisen som gir størst inntekt: $I(p) = p\left(2700 - p^2\right) = 2700p - p^3$ gir $I'(p) = 2700 - 3p^2 = 0$, altså $p = 30$ kr (V26). På Del 2 kan du også finne toppunktet med *Ekstremalpunkt*.

Øv på: Etterspørsel av vare, Inntekt, kostnader og salgsprognose (a)

Karakter 4: i tillegg

- Skrive inntekten som funksjon av antallet x i stedet for prisen: Løs $x = E(p)$ for p, og sett inn i $I = p \cdot x$ (H24).
- Finne antallet der grenseinntekten er lik grensekostnaden, $I'(x) = K'(x)$, og tolke svaret (H23).
- Finne prisen som gir et bestemt salg ut fra en modell du har laget med regresjon (H23).

Øv på: Modell for etterspørsel av vare

Dette kan du hoppe over

Disse har vært med, men er så sjeldne eller vanskelige at tiden er bedre brukt på oppgavetypene over:

- Delbrøkoppspalting (har ikke vært krevd på eksamen)
- Bevis med uendelige rekker, som at en rekke blir ln 2 (V25) eller forventningsverdien som en rekke (H25)
- Å finne det mest sannsynlige antallet baller i en kurv ved å prøve mange verdier i regneark eller program (V24)