S1 – dette må du mestre H26

16.10.26

Laget av KI: snakk med læreren din først

Denne oversikten er laget av KI ut fra tidligere eksamensoppgaver. Den kan ta feil, og den kjenner ikke deg. Læreren din vet best hva *du* bør øve på, så spør læreren først.

Står du helt på bar bakke, eller leser du til privatisteksamen, kan du bruke arket som et utgangspunkt for øvingen.

Gjelder eksamen høsten 2026

Denne guiden er for eksamen i S1 høsten 2026: kontinuasjonseksamen og privatisteksamen. På denne eksamenen gjelder fortsatt den gamle ordningen, med datamaskin på Del 2. Du kan altså bruke GeoGebra, CAS, regneark og Python. Skal du opp våren 2027 eller senere, skal du bruke den vanlige guiden («S1 – dette må du mestre»). Den er skrevet for den nye ordningen uten datamaskin.

Denne siden bygger på alle de ni eksamenene i S1 etter den nye læreplanen, fra våren 2022 til våren 2026. Vi har sortert oppgavene i oppgavetyper og telt hvor ofte hver type har vært med.

- **Karakter 2:** Forbered deg på alt i de grønne boksene. Det er de lette delene av oppgavetypene som er med på (nesten) *hver* eksamen. Du trenger ikke få til alt for å få 2, men jo mer av det du kan, jo tryggere er du.
- **Karakter 4:** Forbered deg i tillegg på de blå boksene, og seks oppgavetyper som bare står under karakter 4. Heller ikke her må du kunne alt for å få 4, men har du forberedt deg på alt, kan du også få 5 eller 6.
- **Øv på:** Under hver oppgavetype står eksamensoppgaver å øve på. QR-koden legger alle eksamensoppgavene av typen inn i *Mine oppgaver* på matematikkoppgaver.no.

Oversikt

Oppgavetype	Del	Med på	Karakter 2	Karakter 4
Derivasjon	1	8 av 9	✓	✓
Grenseverdier	1	8 av 9	✓	✓
Logaritmer og eksponentiallikninger	1 og 2	9 av 9	✓	✓
Sannsynlighet og kombinatorikk	1 og 2	9 av 9	✓	✓
Binomisk og hypergeometrisk fordeling	1 og 2	9 av 9	✓	✓
Kostnad, inntekt og overskudd	1 og 2	8 av 9	✓	✓
Modeller og regresjon	2	8 av 9	✓	✓
Programmering og simulering	1 og 2	9 av 9		✓
Topp- og bunnpunkt	1 og 2	7 av 9		✓
Kontinuitet og delt forskrift	1 og 2	7 av 9		✓
Geometrisk optimering	2	5 av 9		✓

Oppgavetype	Del	Med på	Karakter 2	Karakter 4
Gjennomsnittlig og momentan vekstfart	1 og 2	5 av 9		✓
Potensregning	1	4 av 9		✓

Slik er eksamen

Del	Tid	Hjelpemidler høsten 2026
Del 1	3 timer	Skrivesaker og linjal
Del 2	2 timer	Alle hjelpemidler, unntatt internett og verktøy for kommunikasjon. Du kan bruke datamaskin med GeoGebra, CAS, regneark og Python, men ikke KI.

Eksamen varer i 5 timer, og fordelingen er den samme som våren 2026. Del 1 har vokst fra 1 time (2022–2024) til 2 timer (2025) og 3 timer (V26). I 2023 og 2024 ga Del 1 12–14 poeng, i 2025 21–22 poeng, og i V26 ga den 30 av 50 poeng. Derivasjon, grenseverdier, logaritmer og sannsynlighet uten hjelpemidler er derfor det viktigste du kan øve på.

Når du bruker digitale verktøy på Del 2

- **CAS:** Ta med utskriften, og skriv med ord hva du gjør: «Jeg løser $O'(x) = 0$ i CAS» eller «Jeg definerer $K(x)$ og deriverer».
- **Graf:** Marker punktene du bruker (topp- og bunnpunkt, skjæringspunkt, nullpunkt), og skriv svaret med ord under grafen.
- **Regresjon:** Skriv hvilken modell du valgte og hvorfor, og skriv opp funksjonsuttrykket.
- **Sannsynlighetskalkulatoren:** Skriv hvilken fordeling du bruker, med n og p, og hva du regner ut, for eksempel $P(X \geq 600)$.
- **Python:** Ta med koden og utskriften, og skriv hva svaret betyr.

Svaret skal alltid stå i en setning, med enhet. En CAS-linje uten forklaring gir ikke full uttelling.

Ny ordning fra våren 2027

Fra våren 2027 er det ikke lov med datamaskin på Del 2, bare enkel vitenskapelig kalkulator. Det gjelder ikke deg som tar eksamen høsten 2026.

Hva kan komme på H26?

Dette er en prognose, ikke en fasit

Vi har sammenlignet høstsettene H23, H24 og H25 med våren samme år, våren året etter og høsten året før. Det er bare tre høstsett, så ingen kan vite hva som kommer.

Høsteksamen ligner ikke tydelig mer på våren samme år enn på andre sett. Det finnes noen par fra samme år: programmet med kostnadsfunksjon og `while`-løkke (V23 og H23), to kuler eller sokker trukket fra en skuff (V24 og H24), og største overskudd og «uten å gå med underskudd» (V25 og H25). Men like mange par går på tvers av år: fem terninger (H23 og V24) og passord med «minst én bokstav og minst ett siffer» (V24 og H25). Analysen av søsterfaget S2 viste det samme. Det eneste som sikkert følger våren, er formatet: H26 får 3 timer på Del 1 og 2 timer på Del 2, som V26. Da blir det trolig mange korte oppgaver på Del 1.

S1-settene bygger på faste oppgavetyper. Det beste du kan gjøre, er å øve på dem.

- **Svært sannsynlig:** derivasjon, grenseverdi og logaritmelikning på Del 1, trekning uten tilbakelegging eller kombinatorikk, binomisk eller hypergeometrisk sannsynlighet, største overskudd (alle høstsettene H22–H25), et program eller en simulering i Python på Del 2 (alle ni settene), et kort program du skal lese på Del 1 (alle høstsettene fra H23), og «hvor mange må til for at sannsynligheten skal bli minst …» (alle høstsettene H22–H25).
- **Sannsynlig:** en modell du lager med regresjon (7 av 9 sett, ikke H23 og H24), topp- og bunnpunkt på Del 1 (alle sett fra V25), og kontinuitet med en ukjent konstant.
- **Usikkert:** geometrisk optimering (ikke med på H24 og H25), potensregning (ikke med siden H23) og påstander der du skal bevise noe generelt.

Øv med hele eksamenssett

Det viktigste rådet: Gjør hele eksamenssett på tid, *uten* mer hjelp enn du har lov til på eksamen. Ingen løsningsforslag, ingen nettsøk og ingen KI før du er ferdig. Bruk V26 og H25 blant settene. V26 har samme ordning som H26: 3 timer på Del 1 og 2 timer på Del 2. H25 har 2 timer på Del 1 og 3 timer på Del 2, men de samme hjelpemidlene.

Når	Gjør dette
14 dager før eksamen	Ett helt eksamenssett på tid, for eksempel H25
7 dager før eksamen	Et nytt eksamenssett, for eksempel V25
2 dager før eksamen	Et siste eksamenssett: V26

Skriv ned hvor mange poeng du fikk til uten hjelp hver gang, og se etterpå på oppgavene du ikke klarte. Jobber du jevnt og trutt mellom settene, får du til mer og mer. Bruk oppgavetypene under til å øve på det du ikke fikk til.

Oppgavetyper uten hjelpemidler

Derivasjon

Slik ser det ut

Del 1 · med på 8 av 9 · 2–5 poeng · på V22 og H22 inne i en økonomioppgave

«Deriver funksjonen $f(x) = x \cdot \ln x$» (V23) eller «Deriver funksjonen $f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$» (V25).

Alle derivasjonsoppgavene (8)

Karakter 2

- Potensregelen $(x^n)' = nx^{n-1}$, også for røtter: $\sqrt{x} = x^{1/2}$ gir $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. Konstanter som 2 og 2π blir borte.
- Eksponential og logaritme: $(e^x)' = e^x$, $(e^{kx})' = ke^{kx}$ og $(\ln x)' = \frac{1}{x}$. For eksempel er $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$.
- Produktregelen $(u \cdot v)' = u'v + uv'$: $(x \ln x)' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$.

Øv på: Deriver logaritmefunksjon, Derivasjon av eksponential og potensfunksjon, Derivasjon og tolkning av stigningstall (a)

Karakter 4: i tillegg

- Brøkregelen $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$: $\left(\frac{e^{2x}}{x}\right)' = \frac{2e^{2x}\cdot x - e^{2x}}{x^2} = \frac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$.
- Kjerneregelen: $\left((3x+2)^3\right)' = 3(3x+2)^2 \cdot 3 = 9(3x+2)^2$.
- Skrive om før du deriverer: $\frac{3}{x-2} = 3(x-2)^{-1}$ gir $-\frac{3}{(x-2)^2}$, og $\ln(3x) = \ln 3 + \ln x$ gir $\frac{1}{x}$.
- Bruke $f'(a)$ til å si noe om grafen: $g'(2) > 0$ og $g'(3) < 0$ betyr at grafen har et toppunkt mellom $x = 2$ og $x = 3$.

Øv på: Derivasjon med produktregel og ln, Derivasjon av eksponentialfunksjon, Derivasjon med brøk og kjerneregel

Grenseverdier

Slik ser det ut

Del 1 · med på 8 av 9 · 2–4 poeng

«Bestem grenseverdien $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x^2-4}$» (V23) eller «Bestem grenseverdien dersom den eksisterer: $\lim_{x\to\infty} \frac{2x+2}{3x^2+3}$» (V26).

Alle grenseverdioppgavene (8)

Karakter 2

- Sett inn verdien først. Får du et tall, er det svaret.
- Får du $\frac{0}{0}$, faktoriser og forkort: $\frac{x-3}{x^2+x-12} = \frac{x-3}{(x-3)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$, så grenseverdien når $x \to 3$ er $\frac{1}{7}$.
- Når $x \to \infty$, del teller og nevner på den høyeste potensen av x: $\frac{x^2+x-12}{2x^2-18} \to \frac{1}{2}$.

Øv på: Grenseverdi av rasjonalt uttrykk R1 V22, Grenseverdi for rasjonalt uttrykk

Karakter 4: i tillegg

- Et tall delt på 0 betyr at grenseverdien ikke finnes: $\frac{x^2-4x+2}{x^2-2x-8}$ gir $\frac{14}{0}$ når $x \to -2$ (H25).
- Bestemme en konstant slik at også telleren blir 0: $(-2)^2 + a\cdot(-2) + 2 = 0$ gir $a = 3$, og da blir grenseverdien $\frac{1}{6}$.
- Rotuttrykk: $x - 4 = (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)$, så $\frac{\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x}+2} \to \frac{1}{4}$ når $x \to 4$.
- Grenseverdier av e^{-x+1}: Den går mot 0 når $x \to \infty$, men vokser uten grense når $x \to -\infty$.
- L'Hôpitals regel godtas, men bare når du skriver at du har $\frac{0}{0}$ eller $\frac{\infty}{\infty}$.

Øv på: Grenseverdier av eksponentialfunksjon, Grenseverdi når x går mot 2, Grenseverdier og eksistens, Grenseverdier med algebraisk forenkling, Grenseverdi av rasjonalt uttrykk

Logaritmer og eksponentiallikninger

Slik ser det ut

Del 1 · med på 9 av 9, på V23 bare som en påstand i Del 2 · 2–4 poeng

«Løs likningen $(\ln x)^2 - \ln x = 6$» (V24) eller «Skriv uttrykkene i stigende rekkefølge: $2\ln e^3$, $3\lg 70$, $e^{3\ln 2}$» (H23).

Alle oppgavene om logaritmer og eksponentiallikninger (12)

Karakter 2

- Logaritmereglene: $\lg(ab) = \lg a + \lg b$, $\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$ og $\lg a^x = x \lg a$. De gjelder også for ln.
- $\lg 10^x = x$ og $\ln e^x = x$, og motsatt $10^{\lg x} = x$ og $e^{\ln x} = x$. Derfor er $2\ln e^3 = 6$ og $e^{3\ln 2} = 2^3 = 8$. Når du skal sortere $2\ln e^3$, $3\lg 70$ og $e^{3\ln 2}$ (H23), er det disse to som er karakter 2-delen. Å avgrense $3\lg 70$ hører til karakter 4.
- Enkel eksponentiallikning: $3^{3x+2} - 5 = 76$ gir $3^{3x+2} = 81 = 3^4$, så $3x + 2 = 4$ og $x = \frac{2}{3}$.

Øv på: Eksponential- og logaritmelikninger, Logaritmer i stigende rekkefølge, Sortere og forenkle logaritmeuttrykk (b)

Karakter 4: i tillegg

- Logaritmelikning med krav: $\lg(x-3) + \lg x = 1$ krever $x > 3$. Slå sammen til $\lg(x(x-3)) = 1$, så $x(x-3) = 10$. Det gir $x = 5$ eller $x = -2$, og bare $x = 5$ oppfyller kravet.
- Variabelskifte: Med $u = \ln x$ blir $(\ln x)^2 - \ln x = 6$ til $u^2 - u - 6 = 0$, så $u = 3$ eller $u = -2$, og $x = e^3$ eller $x = e^{-2}$.
- Med $u = 10^x$ blir $100^x - 3 \cdot 10^x = 4$ til $u^2 - 3u - 4 = 0$. Forkast $u = -1$, siden $10^x > 0$. Da er $10^x = 4$ og $x = \lg 4$.
- Logaritmer med andre grunntall: $\log_a \frac{1}{64} = -3$ betyr $a^{-3} = \frac{1}{64}$, så $a = 4$. Og $\log_2 8 = 3$, fordi $2^3 = 8$.
- Vise at en påstand er usann med et moteksempel: $(\ln x)^4 = 4\ln x$ stemmer ikke for $x = e$, for da står det $1 = 4$. Vise at en påstand er sann med logaritmereglene: $e^{k\ln x} = e^{\ln x^k} = x^k$ (V24).

Øv på: Bestem grunntall i logaritmefunksjon, Logaritmeligningen lg(x-3) pluss lg x lik 1, Logaritmeligningen med substitusjon, Eksponentiallikning med substitusjon, Logaritmiske likninger og logbaser, Logaritme- og binomialpåstander (a)

Sannsynlighet og kombinatorikk

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 9 av 9 · 3–6 poeng

«I en skuff ligger det 6 gule, 5 svarte og 4 hvite sokker. Du tar 2 sokker tilfeldig. Bestem sannsynligheten for at begge sokkene er gule» (V24).

Alle oppgavene om sannsynlighet og kombinatorikk (17)

Karakter 2

- Gange langs greinene i et valgtre når du trekker uten tilbakelegging: $\frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{1}{7}$.
- Multiplikasjonsprinsippet: En bokstav A–F og så to ulike sifre 1–9 gir $6 \cdot 9 \cdot 8 = 432$ passord.
- Gunstige delt på mulige: Tre terninger viser forskjellig antall øyne med sannsynlighet $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3} = \frac{5}{9}$.

Øv på: Sokker trukket fra skuff (a), Sannsynlighet med tre terninger (a), Kombinatorikk og passord (a)

Karakter 4: i tillegg

- Huske alle rekkefølgene: Nøyaktig én gul av to kuler (4 røde, 3 blå, 2 gule) er «gul først» eller «gul sist», $2 \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{18}$.
- «Minst én» med komplement: Passord på tre tegn av 1, 2, 3, 4, A, B, C med minst én bokstav og minst ett siffer: $7^3 - 4^3 - 3^3 = 252$.
- Uordnede utvalg: $\binom{7}{4} = \binom{7}{3} = 35$, så det er like mange arbeidsgrupper med 4 som med 3 av 7 personer.
- Venndiagram: 8 har tysk, 10 har S1 og 3 har begge av 20 elever. Da har $8 + 10 - 3 = 15$ minst ett av fagene, og $P(\text{verken}) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.
- På Del 2 kan du ofte regne ut svaret og kontrollere det med en simulering (se «Programmering og simulering»).

Øv på: Sannsynlighet for kulefarge, Kombinatorikk for passord, Antrekk og sannsynlighet hos Drakt og Søm, Påstander om asymptote og arbeidsgrupper, Romfordeling og kombinatorikk på hyttetur, Sannsynlighet med fem terninger (a)

Oppgavetyper med hjelpemidler

Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 9 av 9 · 2–6 poeng

«Arne treffer på 80 % av skuddene sine. Bestem sannsynligheten for at han treffer på nøyaktig to av tre skudd» (V25) eller «Det deles ut 1300 gratisbilletter. Bestem sannsynligheten for at minst 600 av disse billettene blir benyttet» (V23).

Alle oppgavene om binomisk og hypergeometrisk fordeling (13)

Karakter 2

- Binomisk: like forsøk som er uavhengige, med to utfall og samme sannsynlighet p hver gang. $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, så nøyaktig to treff av tre er $\binom{3}{2} \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 = 0{,}384$.
- Hypergeometrisk: trekking uten tilbakelegging. To svarte og én hvit av tre kuler: $\frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{12}{35}$.
- På Del 2 bruker du sannsynlighetskalkulatoren i GeoGebra. Velg fordelingen, skriv inn n og p, og skriv inn intervallet du vil ha. Skriv opp hva du regner ut: Med $n = 1300$ og $p = 0{,}45$ er $P(X \geq 600) \approx 0{,}209$ (V23).

Øv på: Sannsynlighet for skytter Arne Treff (a og b), Kuler i krukke hypergeometrisk (a), Kombinatorikk med elever i arbeidsgruppe (a), Binomisk sannsynlighet og fremmedspråk (a), Turister i butikk binomisk sannsynlighet

Karakter 4: i tillegg

- «Høyst» og «minst»: Høyst ett treff av tre er $P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}008 + 0{,}096 = 0{,}104$. Minst 4 av 10 regner du som $1 - P(X \leq 3)$.
- Begrunne modellen: Hva må vi gå ut fra for at det skal være et binomisk forsøk? Trekker du uten tilbakelegging, er det egentlig hypergeometrisk. Er gruppen stor i forhold til utvalget, gir binomisk og hypergeometrisk nesten samme svar. Trekker du mange fra en liten gruppe, som 10 av 243 velgere (V25), må du bruke hypergeometrisk.
- Hypergeometrisk på Del 2: Minst 8 av 10 intervjuede er 16 år eller eldre når 66 av 80 søkere er det. I sannsynlighetskalkulatoren er det populasjon 80, 66 «suksesser» og utvalg 10, og $P(X \geq 8) \approx 0{,}760$ (V26).
- Kombinere to fordelinger: Nøyaktig 5 av 7 gutter *og* nøyaktig 4 av 5 jenter består, så du ganger de to sannsynlighetene.
- «Minst én» med komplement: Minst ett gavekort i n pakker når 1 av 1000 pakker har det, er $1 - 0{,}999^n$. Løs $1 - 0{,}999^n \geq 0{,}2$ i CAS, eller med lg. Det gir $n \geq 223{,}03$, så det tar 224 dager (H24).
- Minste n med mange ledd: «Hvor mange billetter må de minst dele ut for at $P(X \geq 600) > 0{,}95$?» Prøv deg fram i sannsynlighetskalkulatoren, eller la en `while`-løkke eller et regneark øke n til kravet er oppfylt. Her gir $n = 1400$ omtrent 0,950 og $n = 1401$ omtrent 0,952, så svaret er 1401 (V23). Vis hvordan du har prøvd deg fram.

Øv på: Binomisk forsøk med 12 elever til førerkortkurs, Valgresultat og binomisk sannsynlighet, Sannsynlighet med drops, Billetter til fotballkamp, Venstrehendte elever, Sommervikarer og hypergeometrisk sannsynlighet, Knekkebrød, gavekort og simulering (a)

Kostnad, inntekt og overskudd

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 8 av 9 · 2–6 poeng · med på alle høstsettene

«$O(x) = -0{,}05x^2 + 100x - 10\,000$ er overskuddet i kroner per uke når bedriften selger x enheter. Bestem $O'(500)$ og gi en tolkning. Hva er det maksimale overskuddet?» (H22).

Alle oppgavene om kostnad, inntekt og overskudd (11)

Karakter 2

- Overskudd er inntekt minus kostnad, $O(x) = I(x) - K(x)$, og inntekten er pris ganger antall.
- Størst overskudd: Løs $O'(x) = 0$. Her er $O'(x) = -0{,}1x + 100 = 0$ for $x = 1000$, og $O(1000) = 40\,000$ kroner.
- Regne ut den deriverte i et punkt: $O'(500) = -0{,}1 \cdot 500 + 100 = 50$.
- På Del 2: Definer $K(x)$, $I(x)$ og $O(x)$ i CAS, og løs $O'(x) = 0$ der. Eller tegn O og bruk «Ekstremalpunkt». Er x et antall, sjekker du heltallene på begge sider.

Øv på: Overskuddsfunksjon derivasjon og maksimum, Kostnad, pris og overskudd (a), Overskuddsoptimalisering for båtmotorer (b), T-skjorter, inntekt og overskudd (a og b)

Karakter 4: i tillegg

- Tolke den deriverte med ord: $O'(500) = 50$ betyr at overskuddet øker med omtrent 50 kroner om bedriften selger én enhet til, når den selger 500.
- Grensekostnad og grenseinntekt: $K'(x)$ og $I'(x)$ er omtrent hva én enhet til koster eller gir. Med $I(x) = 250x - 0{,}5x^2$ (i 1000 kr) er $I'(15) = 235$, altså om lag 235 000 kr for motor nummer 16.
- Enhetskostnad $E(x) = \frac{K(x)}{x}$: Er $E'(100) = -1{,}8$, synker kostnaden per lue med omtrent 1,80 kr når fabrikken lager én lue til. Lavest enhetskostnad finner du med $E'(x) = 0$ i CAS.
- Laveste pris uten underskudd: Prisen må være minst $\frac{K(x)}{x}$. Med $K(1000) = 88\,000$ må prisen være minst 88 kr.
- Funksjoner som ikke kan løses for hånd: Med $K(x) = 200x \cdot 1{,}015^x + 200$ og pris 600 (i 1000 kr) løser du $O'(x) = 0$ i CAS og får $x \approx 41{,}5$. Sjekk $O(41)$ og $O(42)$: 41 biler gir størst overskudd (V24).
- Inntekt fra en etterspørselsgraf: $I(p) = p \cdot e(p)$, og så finne prisen som gir størst inntekt.

Øv på: Grensekostnad for strikkeluer ved 100 luer, Daglig inntekt fra lineær etterspørselsgraf, Optimalisering av parkeringsinntekt, Sofaproduksjon og overskudd, Edison biler – overskudd og enhetskostnad, T-skjorter, inntekt og overskudd (c)

Modeller og regresjon

Slik ser det ut

Del 2 · med på 8 av 9 · 4–8 poeng · i 7 av 9 sett skal du lage modellen selv ut fra en tabell

«Tabellen viser folketallet i en bygd, noen år i perioden 1910–1935. Bruk informasjonen til å lage en modell på formen $F(t) = a \cdot b^t$. Vurder modellens gyldighetsområde» (H25), «Sammenhengen mellom lydstyrken L og lydintensiteten I er $L = 120 + 10 \cdot \lg I$. Bestem lydintensiteten når lydstyrken er 130 dB» (V23) eller «Lag en modell på formen $V(x) = a \cdot x^b$» (V26).

Alle modelloppgavene (13)

Karakter 2

- Regresjon i GeoGebra: Legg tallene i regnearket, merk dem og velg «Regresjonsanalyse», eller bruk `RegEksp`, `RegPot` eller `RegLin` på lista med punkter. Velg $t = 0$ i startåret. Med t år etter 1910 gir eksponentiell regresjon $F(t) \approx 820{,}6 \cdot 1{,}051^t$ (H25).
- Skriv opp modellen med ord: «Folketallet øker med omtrent 5,1 % per år.»
- Sette inn i modellen: $f(24) = 100 \cdot e^{-0{,}012 \cdot 24} \approx 75{,}0$ mg.
- Løse for den ukjente: $130 = 120 + 10 \lg I$ gir $\lg I = 1$, så $I = 10^1 = 10\ \text{W/m}^2$. På Del 2 kan du også løse likningen i CAS.
- Vekstfaktor og prosent: 1,003 per måned er $1{,}003^{12} \approx 1{,}037$ per år, altså en årlig rente på omtrent 3,7 %.
- Skrive svaret i en setning, med enhet.

Øv på: Eksponentiell modell for befolkningsvekst (a), Lydstyrke fra fly (a), Luktintensitet og logaritmer, Virkestoff i kroppen eksponentialfunksjon og geometrisk rekke (a), Konto og aksjefond med månedlig rente og innskudd (a), Potensregresjon for volum og radius (a)

Karakter 4: i tillegg

- Velge og begrunne modellen: Prøv to eller tre modeller, og velg den som passer best med punktene *og* med det du vet om situasjonen. Antall gårdsbruk kan for eksempel ikke bli negativt (V22). Vurder hvor lenge modellen kan gjelde.
- Løse likninger med modellen i CAS: «Når økte befolkningen med mer enn 80 personer per år?» gir $F'(t) = 80$, og CAS gir $t \approx 13{,}5$, altså fra 1924 (H25).
- Derivere modellen og tolke svaret: $(a \cdot b^t)' = a \cdot b^t \cdot \ln b$. For $V(t) = 330 \cdot 1{,}1787^t$ er $V'(20) \approx 1454$, så oljefondet vokste med rundt 1454 milliarder kroner per år i 2018.
- Potensmodell $a \cdot x^b$: Med $V(x) \approx 31{,}96 \cdot x^{2{,}097}$ blir V ganget med $2^{2{,}097} \approx 4{,}28$ når radien dobles, uansett hvilken x du starter med (V26).
- Gjennomsnittlig årlig vekst: Lønnen gikk fra 272,55 kr til 340,10 kr på 14 år. $\sqrt[14]{\frac{340{,}10}{272{,}55}} \approx 1{,}016$, altså omtrent 1,6 % per år.
- Prosentvis endring i en logaritmemodell: 2 dB mer betyr at I blir ganget med $10^{0{,}2} \approx 1{,}585$, en økning på omtrent 58,5 %.
- To modeller sammen: Når er eksport større enn import? Tegn begge modellene og bruk «Skjæring mellom to objekter» (H22).

Øv på: Modell for antall gårdsbruk i Norge 1969–2020, Timelønn og lønnsvekst, Renter og dobbelttid, Oljefondet og eksponentiell modell, Newtons avkjølingslov for kaffe med ln-modell, Modell for drivstoffutvikling i Moss, Vareeksport modellering eksponential og lineær, Potensregresjon for volum og radius (b og c)

Bare for karakter 4

Programmering og simulering

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 9 av 9 · 2–5 poeng · på Del 1 leser du et kort program, på Del 2 lager og kjører du et program eller en simulering (alle ni settene)

Del 1: Et kort Python-program med en `while`-løkke, for eksempel `while (K(a + h) - K(a))/h < grense:` (H23). «Hva blir resultatet når programmet kjøres? Gi en praktisk tolkning av svaret.» Del 2: «Bruk simulering til å bestemme sannsynligheten for at Erik får 100 poeng før Kris» (V26).

Alle oppgavene med programmering og simulering (15)

Karakter 4

- Del 1: Gå gjennom koden linje for linje og si hva hver variabel står for. Du kan ikke kjøre koden, så du må regne ut svaret selv.
- `(K(a + h) - K(a))/h` med en liten `h` er den deriverte $K'(a)$. Med $K(x) = 0{,}1x^2 + 100x + 9000$ og `grense = 200` stopper løkka når $0{,}2a + 100 = 200$, altså ved $a = 500$. Grensekostnaden er da 200 kr.
- `while O(x + 1) > O(x):` går så lenge funksjonen stiger, og stopper i toppunktet. Finn det med $O'(x) = 0$.
- Simuleringsprogrammer med `randint` eller `choice`: Si hva programmet teller, og regn ut sannsynligheten selv.
- To løkker inne i hverandre (`for i …` og `for j …`) går gjennom alle 36 utfall med to terninger.
- Del 2, simulering: Importer `randint`, la en `for`-løkke gjenta forsøket mange ganger (for eksempel 100 000), tell hvor mange ganger det du er ute etter skjer, og del på antall forsøk til slutt. Tre terninger med produkt over 100 gir omtrent 0,093 (V22).
- Kjør programmet, ta med koden og utskriften, og si at svaret er et anslag. Kan du regne ut svaret eksakt, gjør det også, så ser du om simuleringen stemmer.
- Spill over mange runder: Bruk en `while`-løkke inne i `for`-løkka, som går til en av spillerne har vunnet. Husk å nullstille poengene før hvert nytt spill (V26).
- Prøve seg fram med en løkke: Øk n til en sannsynlighet blir stor nok, som for terningen med n sider (H22).

Øv på: Grensekostnad og programmering, Finne verdi programmet skriver ut, Ukjent program med kostnader for produksjon, Simulering av sannsynlighet for terningsum lik 9, Einars straffesparkkonkurranse, Sannsynlighet for å vinne terningspill med produkt over 100, Terninger – alle ulike og simulering, Hengelåskode og simulering, Terningspill med simulering, Terningspill og forventningsverdi, Sannsynlighet for terningsummer med program

Topp- og bunnpunkt

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 7 av 9 · 2–6 poeng · fra H24 fast i Del 1

«$f(x) = e^x(6 - e^x)$. a) Bestem nullpunktene. b) Vis at $f'(x) = 2e^x(3 - e^x)$. c) Bestem topp- og bunnpunkter» (V26).

Alle oppgavene om topp- og bunnpunkt (7)

Karakter 4

- Nullpunkter med nullproduktregelen: $e^x > 0$ alltid, så $e^x(6 - e^x) = 0$ bare når $e^x = 6$, altså $x = \ln 6$.
- Løse $f'(x) = 0$: $2e^x(3 - e^x) = 0$ gir $x = \ln 3$, og $f(\ln 3) = 3 \cdot (6 - 3) = 9$.
- Lage fortegnslinje for f'. Skifter f' fra pluss til minus, er det et toppunkt, her $(\ln 3, 9)$.
- Koble grafene til f og f': Der f stiger, er f' positiv, og der f har topp- eller bunnpunkt, er $f' = 0$.
- På Del 2 kan du tegne grafen og bruke «Ekstremalpunkt», eller løse $f'(x) = 0$ i CAS. Marker punktene på grafen.

Øv på: Topp- og bunnpunkt for eksponentialfunksjon, Nullpunkter og ekstremalpunkter for g, Topp- og bunnpunkter med ln, Koble fire grafer til f, f', g og g'

Kontinuitet og delt forskrift

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 7 av 9 · 2–4 poeng

«$f(x) = x^2 + 3x - a^2$ for $x < 1$ og $f(x) = x - 1$ for $x \geq 1$. Bestem a slik at funksjonen blir kontinuerlig» (H23).

Alle oppgavene om kontinuitet (8)

Karakter 4

- f er kontinuerlig i skjøten $x = a$ når grenseverdien fra venstre, grenseverdien fra høyre og $f(a)$ er like.
- Sjekke en skjøt: $x^2 + 2 \to 2$ og $2e^0 = 2$, så f er kontinuerlig i $x = 0$. Er funksjonsverdien i $x = 0$ satt til 1, er den ikke kontinuerlig (V25).
- Bestemme en konstant: $1 + 3 - a^2 = 1 - 1$ gir $a^2 = 4$, så $a = -2$ eller $a = 2$.
- Flere krav på Del 2: Skal du finne et tredjegradsuttrykk $ax^3 + bx^2 + cx + d$ i midten, setter du opp fire likninger (to for kontinuitet og to for den deriverte) og løser dem samtidig i CAS (V25). På samme måte løser du $2k^3 + 2k^2 - 4k = 4$ i CAS (H25).
- Praktiske funksjoner: Strømstønaden dekker 90 % av prisen over 75 øre, så $f(x) = x$ for $x \leq 75$ og $f(x) = 75 + 0{,}1(x - 75)$ for $x > 75$. Mengden virkestoff eller penger på en konto *hopper* når du tar en tablett eller setter inn penger, og er derfor ikke kontinuerlig.

Øv på: Kontinuitet av funksjoner med delt forskrift, Kontinuerlig stykkevis funksjon, Stykkevis funksjon og kontinuitet, Strømstønad som delt funksjon, Funksjon med delt forskrift og ukjent ledd

Geometrisk optimering

Slik ser det ut

Del 2 · med på 5 av 9 · 2–6 poeng

«Du skal lage en kasse uten lokk med kvadratisk grunnflate. Platene kan til sammen ikke være mer enn 120 dm². Hva er det maksimale volumet kassen kan få?» (H23).

Alle oppgavene om geometrisk optimering (6)

Karakter 4

- Tegn figur og gi navn til det du ikke vet, for eksempel siden x og høyden h.
- Bruk kravet til å uttrykke den ene ukjente ved den andre: $x^2 + 4xh = 120$ gir $h = \frac{120-x^2}{4x}$.
- Sett opp funksjonen du skal maksimere med én variabel: $V(x) = x^2h = 30x - \frac{x^3}{4}$.
- Løs $V'(x) = 30 - \frac{3}{4}x^2 = 0$, som gir $x = \sqrt{40} \approx 6{,}32$ dm og $V \approx 126{,}5$ dm³. Sjekk med fortegnslinje eller graf at det er et toppunkt.
- På Del 2 lar du CAS gjøre regningen: Definer $A(a)$, løs $A'(a) = 0$ og regn ut A i punktet. Eller tegn A og bruk «Ekstremalpunkt». Står det «Bruk derivasjon», må du vise $A'(a) = 0$.
- Husk hvilke verdier variabelen kan ha, for eksempel $a \in [0, 5\rangle$ (V26).

Øv på: Kasse uten lokk, Rektangel innskrevet i likebeint rettvinklet trekant, Innskrevet rektangel og Lars sitt program, Maksimalt rektangel under eksponentialgraf, Tangent til parabel og minste areal av trekant OAB

Gjennomsnittlig og momentan vekstfart

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 5 av 9 · ofte én deloppgave til 1–3 poeng inne i en større oppgave

«Bruk figuren til å bestemme den gjennomsnittlige vekstfarten for f i intervallet $[0, 3]$, og den momentane vekstfarten når $x = 0$ og $x = 3$» (V26).

Alle oppgavene om vekstfart (7)

Karakter 4

- Gjennomsnittlig vekstfart er $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$. For $f(x) = x^2 + 2$ i $[1, 4]$ er den $\frac{18-3}{4-1} = 5$.
- Momentan vekstfart er $f'(a)$, stigningstallet til tangenten. På en graf tegner du tangenten og leser av to punkter på den. På Del 2 regner du ut $f'(a)$ i CAS eller bruker «Tangent» i GeoGebra.
- Den deriverte som grenseverdi: $\lim_{h\to 0} \frac{(4+h)^2-4^2}{h} = \lim_{h\to 0}(8 + h) = 8$.
- Når er den gjennomsnittlige veksten fra start større enn 80 per år? Løs $\frac{F(t)-F(0)}{t} = 80$ i CAS (H25).
- Si hva svaret betyr, med enhet.

Øv på: Vekstfart fra graf, Identifiser funksjon fra vekstfart og derivert, Grenseverdi av differenskvotient i punkt 4, Vurder påstander om funksjoner, Oljefondet og eksponentiell modell (c), Eksponentiell modell for befolkningsvekst (b og c)

Potensregning

Slik ser det ut

Del 1 · med på 4 av 9 · 2 poeng · ikke med siden H23

«Skriv så enkelt som mulig: $\left(2a^{-2}b\right)^{-1} \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^2$» (H22).

Alle oppgavene om potensregning (4)

Karakter 4

- Potensreglene: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$ og $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- Ta én parentes om gangen: $\left(2a^{-2}b\right)^{-1} = \frac{a^2}{2b}$ og $\left(\frac{b^2}{a}\right)^2 = \frac{b^4}{a^2}$. Produktet er $\frac{b^3}{2}$.

Øv på: Forenkle uttrykk med potenser og brøk S1 H22, Algebra potensregning, Forenkle algebraisk uttrykk, Forenkling av potensuttrykk med negative eksponenter

Dette kan du hoppe over

Disse har vært med, men er så sjeldne eller vanskelige at tiden er bedre brukt på oppgavetypene over:

- Påstander der du må bevise noe generelt, som at alle fjerdegradsfunksjoner har et ekstremalpunkt (V23, H23, V24, H24 c)
- Funksjoner med parametere og symmetri (H22) og pyramide i halvkule (V24)
- Betinget sannsynlighet «baklengs», som covid-testen (H24)