R1 – dette må du mestre

11.10.26

Laget av KI: snakk med læreren din først

Denne oversikten er laget av KI ut fra tidligere eksamensoppgaver. Den kan ta feil, og den kjenner ikke deg. Læreren din vet best hva *du* bør øve på, så spør læreren først.

Står du helt på bar bakke, eller leser du til privatisteksamen, kan du bruke arket som et utgangspunkt for øvingen.

Denne siden bygger på alle de ni eksamenene i R1 etter den nye læreplanen, fra våren 2022 til våren 2026, og på UDIRs eksempeloppgaver for Del 2 etter den nye ordningen (E26). Vi har sortert oppgavene i oppgavetyper og telt hvor ofte hver type har vært med.

- **Karakter 2:** Forbered deg på alt i de grønne boksene. Det er de lette delene av oppgavetypene som er med på (nesten) *hver* eksamen. Du trenger ikke få til alt for å få 2, men jo mer av det du kan, jo tryggere er du.
- **Karakter 4:** Forbered deg i tillegg på de blå boksene, og fem oppgavetyper som bare står under karakter 4. Heller ikke her må du kunne alt for å få 4, men har du forberedt deg på alt, kan du også få 5 eller 6.
- **Øv på:** Under hver oppgavetype står eksamensoppgaver å øve på. QR-koden legger alle eksamensoppgavene av typen inn i *Mine oppgaver* på matematikkoppgaver.no.

Ny eksamensordning fra våren 2027

Fra våren 2027 er det ikke lov med datamaskin på Del 2, bare enkel vitenskapelig kalkulator. Guiden bygger nå også på UDIRs eksempeloppgaver (15. oktober 2026). Oppgaver som før krevde datamaskin, er stort sett skrevet om, ikke tatt ut: Du regner for hånd, *setter opp* likninger og ulikheter, leser av grafer og velger mellom oppgitte modeller. Regresjon blir ikke testet. Programmering er fortsatt med, også på Del 2, men du skriver koden på papir.

Oversikt

Oppgavetype	Del	Med på	Karakter 2	Karakter 4
Derivasjon	1	9 av 9	✓	✓
Logaritmer og eksponentiallikninger	1 og 2	9 av 9	✓	✓
Grenseverdier	1	8 av 9	✓	✓
Vektorer	1 og 2	9 av 9	✓	✓
Lese og forklare programmer	1 og 2	8 av 9	✓	✓
Omvendte funksjoner	1 og 2	9 av 9	✓	✓
Eksponentielle og logistiske modeller	2	9 av 9	✓	✓
Parameterframstilling og bevegelse	2	8 av 9	✓	✓
Kontinuitet og deriverbarhet	1 og 2	7 av 9		✓
Optimering	1 og 2	6 av 9		✓
Påstander: sant eller usant?	1 og 2	6 av 9		✓

Oppgavetype	Del	Med på	Karakter 2	Karakter 4
Topp- og bunnpunkter	1 og 2	4 av 9		✓
Tangenter	1 og 2	4 av 9		✓

Slik er eksamen

Del	Hjelpemidler fra våren 2027
Del 1	Skrivesaker og linjal
Del 2	Egne notater på papir, trykte hjelpemidler og enkel vitenskapelig kalkulator (ikke grafisk, ikke programmerbar, kan ikke løse likninger)

Del 1 har vokst fra 1 time (2022–2024) til 2 timer (2025) og 3 timer (V26), da den ga 30 av 50 poeng. Tid og poeng fra 2027 er ikke kjent ennå, og UDIR skriver at noen oppgaver kan ta lengre tid når du regner for hånd. De fleste oppgavene i Del 1 gir 2–5 poeng. Mange deloppgaver i R1 er middels vanskelige, så for karakter 2 holder det ikke å kunne én type godt. Du må plukke de lette poengene på alle typene.

Øv med hele eksamenssett

Det viktigste rådet: Gjør hele eksamenssett på tid, *uten* mer hjelp enn du har lov til på eksamen. Ingen løsningsforslag, ingen nettsøk og ingen KI før du er ferdig.

Når	Gjør dette
14 dager før eksamen	Ett helt eksamenssett på tid
7 dager før eksamen	Et nytt eksamenssett
2 dager før eksamen	Et siste eksamenssett

Skriv ned hvor mange poeng du fikk til uten hjelp hver gang, og se etterpå på oppgavene du ikke klarte. Jobber du jevnt og trutt mellom settene, får du til mer og mer. Bruk oppgavetypene under til å øve på det du ikke fikk til.

Oppgavetyper uten hjelpemidler

Derivasjon

Slik ser det ut

Del 1 · med på 9 av 9, nesten alltid som oppgave 1 · 2 poeng

«Deriver funksjonen $h(x) = 3x^2 - 5 + \frac{3}{x-2}$» (V26) eller «Deriver funksjonen $f(x) = 4x^2 \cdot \ln(3x)$» (V24).

Alle derivasjonsoppgavene (9)

Karakter 2

- Potensregelen: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$. Det gjelder også $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ og $\frac{1}{x} = x^{-1}$.
- Kunne de to nye reglene utenat: $(e^x)' = e^x$ og $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.
- Derivere ledd for ledd: $f(x) = e^x + \ln x$ gir $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$ (V23).
- Kjerneregelen når kjernen er enkel: $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$ (V25).

Øv på: Derivasjon av eksponential og logaritme, Derivasjon av eksponential og potensfunksjon, Derivasjon av to funksjoner R1 V22 (a), Derivasjon av polynom og brøk (de to første leddene gir 1 poeng)

Karakter 4: i tillegg

- Produktregelen: $(x^2 \ln x)' = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$ (H23).
- Brøkregelen: $g(x) = \frac{2x-3}{e^x}$ gir $g'(x) = \frac{2e^x-(2x-3)e^x}{(e^x)^2} = \frac{5-2x}{e^x}$ (H25).
- Kjerneregelen inni et produkt: $(\ln(3x))' = \frac{3}{3x} = \frac{1}{x}$, så $\left(4x^2 \ln(3x)\right)' = 8x \ln(3x) + 4x$ (V24).
- Finne den deriverte fra definisjonen: $\lim_{h\to 0} \frac{(4+h)^2-4^2}{h} = \lim_{h\to 0}(8+h) = 8$ (H22).

Øv på: Deriver x ln(x), Derivasjon med produktregel og ln, Derivasjon av eksponentialfunksjon, Derivasjon og graffortolkning, Grenseverdi av differenskvotient i punkt 4

Logaritmer og eksponentiallikninger

Slik ser det ut

Del 1 på 8 av 9, i tillegg Del 2 med logaritmiske formler · med på 9 av 9 · 2–6 poeng

«Løs likningen $100^x - 3 \cdot 10^x = 4$» (H24), eller sorter $\log_2 8$, $e^{3\ln 1}$, $\lg 7$ og $\sqrt[4]{3^3}$ i stigende rekkefølge (V26). På Del 2 får du en formel som $L = 120 + 10 \cdot \lg I$ for lydstyrke (V23).

Alle oppgavene om logaritmer og eksponentiallikninger (12)

Karakter 2

- Regne ut enkle logaritmer uten kalkulator: $\lg 1000 = 3$, $\ln e^3 = 3$, $\log_2 8 = 3$ og $e^{\ln 5} = 5$.
- Løse de enkleste likningene: $10^x = b$ gir $x = \lg b$, $e^x = b$ gir $x = \ln b$, og $\lg x = c$ gir $x = 10^c$.
- Sette inn i en logaritmisk formel og løse: $130 = 120 + 10\lg I$ gir $\lg I = 1$, altså $I = 10$ (V23).
- Finne grunntallet: $\log_a \frac{1}{64} = -3$ betyr $a^{-3} = \frac{1}{64}$, altså $a^3 = 64$ og $a = 4$ (H25).

Øv på: Lydstyrke fra fly (a), Momentmagnitudeskala og energi (a), Luktintensitet og logaritmisk modell, Bestem grunntall i logaritmefunksjon

Karakter 4: i tillegg

- Logaritmesetningene: $\lg(ab) = \lg a + \lg b$, $\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$ og $\lg a^x = x \lg a$. Da blir $\lg(ab) - \lg \frac{a}{b} + \lg(100b^3) = 2 + 5\lg b$ (V26).
- Variabelskifte: I $(\ln x)^2 - \ln x = 6$ setter du $u = \ln x$ og får $u^2 - u - 6 = 0$, så $u = 3$ eller $u = -2$. Det gir $x = e^3$ eller $x = e^{-2}$ (V24).
- Forkaste løsninger: I $100^x - 3 \cdot 10^x = 4$ gir $u = 10^x$ likningen $u^2 - 3u - 4 = 0$ med $u = 4$ eller $u = -1$. Siden $10^x > 0$, er bare $x = \lg 4$ en løsning (H24).
- Sortere tall ved å regne ut det som går: $e^{3\ln 1} = e^0 = 1$, $\lg 7 < 1$, $\sqrt[4]{27}$ ligger mellom 2 og 3, og $\log_2 8 = 3$ (V26).
- «Hvor mange ganger så stor»: Øker M med 1 i $M = \frac{2}{3}\lg E - 3{,}2$, blir energien $10^{1{,}5} \approx 31{,}6$ ganger så stor (V24).

Øv på: Eksponentiallikning med substitusjon R1 V22, Logaritmeligningen med substitusjon, Eksponentiallikning med substitusjon, Logaritmeligninger, Eksponential- og logaritmelikninger, Sortere og forenkle logaritmeuttrykk, Sorter tallene i riktig rekkefølge

Grenseverdier

Slik ser det ut

Del 1 · med på 8 av 9 · 2–4 poeng

«Bestem grenseverdien $\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2+x-12}$» (V22) eller «Bestem grenseverdien dersom den eksisterer: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x+2}{3x^2+3}$» (V26).

Alle grenseverdioppgavene (8)

Karakter 2

- Sett inn tallet først. Får du et vanlig tall, er det svaret.
- Får du $\frac{0}{0}$: faktoriser og forkort. $\frac{x-3}{x^2+x-12}=\frac{x-3}{(x-3)(x+4)}=\frac{1}{x+4}$, så grenseverdien er $\frac{1}{7}$ (V22).
- Når $x\to\infty$: del teller og nevner på den høyeste potensen av x. I $\frac{2x+2}{3x^2+3}$ vokser nevneren raskest, så grenseverdien er 0 (V26).
- Vite at $e^{-x}\to 0$ når $x\to\infty$ (V24).

Øv på: Grenseverdi av rasjonalt uttrykk R1 V22, Grenseverdi av rasjonalt uttrykk, Grenseverdier av eksponentialfunksjon, Grenseverdi for rasjonalt uttrykk

Karakter 4: i tillegg

- Får du «tall delt på 0», finnes ikke grenseverdien. I $\frac{x^2-4x+2}{x^2-2x-8}$ går telleren mot 14 og nevneren mot 0 når $x\to -2$ (H25).
- Bestemme en parameter så grenseverdien finnes: Telleren må også bli 0. $4-2a+2=0$ gir $a=3$, og etter forkorting blir grenseverdien $\frac{1}{6}$ (H25).
- Bruke konjugatsetningen: $x-4=(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)$, så $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\frac{1}{4}$ (V25).
- Bruke ensidige grenseverdier ($x\to a^-$ og $x\to a^+$) og forklare hva du finner.

Øv på: [Grenseverdier], Grenseverdier med algebraisk forenkling, Grenseverdi når x går mot 2, Grenseverdi av differenskvotient i punkt 4

Vektorer

Slik ser det ut

Del 1 på 9 av 9, av og til også Del 2 (en hel vektoroppgave i E26) · 3–7 poeng

«Gitt punktene $A(1,-3)$, $B(4,1)$ og $C(-2,a)$. Bestem a slik at vinkel BAC blir 90°» (V26), eller «Avgjør om noen av vektorene er like lange eller ortogonale» (H24).

Alle vektoroppgavene (14)

Karakter 2

- Vektoren mellom to punkter: $\overrightarrow{AB} = [4-1, 1-(-3)] = [3,4]$ (V26).
- Lengden: $|[3,4]| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.
- Ortogonale vektorer har skalarprodukt 0: $[3,-2]\cdot[8,12] = 24-24 = 0$ (H24).
- Parallelle vektorer er et tall ganger hverandre: $[4,-6] = 2\cdot[2,-3]$.
- Midtpunktet mellom to punkter: Gjennomsnittet av koordinatene (E26).

Øv på: Koordinatvektorer, lengde og ortogonalitet, Vektorer til å bestemme sidekanter og vinkler i trekant, Koordinater, linje og ortogonalitet (a), Parallellogram og vektorer (a), Trekant med medianer og skjæringspunkt (a)

Karakter 4: i tillegg

- Bestemme en parameter for rett vinkel: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = [3,4]\cdot[-3,a+3] = 4a+3 = 0$ gir $a = -\frac{3}{4}$ (V26).
- Bestemme en parameter så tre punkter ligger på linje: $\overrightarrow{AC} = t\cdot\overrightarrow{AB}$, og sammenligne koordinatene (V24, V22).
- Regne med $\vec{a}$ og $\vec{b}$ uten koordinater: $\overrightarrow{AB} = \vec{b}-\vec{a}$ (V26).
- Finne lengder med skalarproduktet: $|\vec{a}+\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\,\vec{a}\cdot\vec{b} + |\vec{b}|^2$. Med $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ og $\vec{a}\cdot\vec{b} = -3$ blir $|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{4-6+9} = \sqrt{7}$ (V22).
- Vinkelen mellom to vektorer på Del 2: $\cos v = \frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{|\vec{u}|\,|\vec{w}|}$, og v med $\cos^{-1}$ på kalkulatoren (E26).
- Lage en parameterframstilling for linjen gjennom to punkter, og finne skjæringspunktet mellom to linjer med hver sin parameter, t og s (E26).

Øv på: Trekant med medianer og skjæringspunkt, Vinkel og likebeint trekant med vektorer, Tre punkter på linje og rettvinklet trekant, Tre punkter vinkelrett og kollineær R1 V22, Parallelle vektorer i trekant OAB, Vektorer lengde og vinkel med prikkprodukt R1 V22, Vektorer, lengde og ortogonalitet

Lese og forklare programmer

Slik ser det ut

Del 1 på 7 av 9, Del 2 på V24 og i E26 · med på 8 av 9 · 2–5 poeng

Et kort Python-program med en funksjon og en `while`-løkke, for eksempel `while O(x + 1) > O(x):`. «Bruk en egnet strategi til å bestemme verdien som skrives ut» (H24). Du skal *lese* koden og regne, ikke kjøre den. Fra 2027 kan du også på Del 2 få kode på papir som du skal fullføre, rette eller skrive selv (E26).

Alle oppgavene om å lese programmer (8)

Karakter 2

- Finne funksjonen i koden og skrive den med vanlig matematikk: `-0.1*x**2 + 2000*x` er $-0{,}1x^2 + 2000x$.
- Gå gjennom løkka for hånd to–tre ganger og skrive ned verdiene.
- Kjenne igjen `(f(x + h) - f(x))/h` som den deriverte, regnet ut med en liten h.
- Si med ord hva programmet leter etter: `while f(x + 1) > f(x)` går oppover til grafen slutter å stige, altså til et toppunkt.

Øv på: Finne verdi programmet skriver ut (strategien gir 1 av 2 poeng), Tolk og fiks program som finner bunnpunkt (a), Programmering maksimum av funksjon med while-løkke (a)

Karakter 4: i tillegg

- Bytte ut programmet med regning: Toppunktet til $O(x) = -0{,}1x^2 + 2000x - 50\,000$ er der $O'(x) = -0{,}2x + 2000 = 0$, altså $x = 10\,000$. Det er tallet programmet skriver ut (H24).
- Forklare hvorfor svaret blir unøyaktig: Med `a = a + 1` hopper programmet forbi bunnpunktet i $x = 2{,}25$ og skriver ut $x = 3$ (H23).
- Kjenne igjen halveringsmetoden: `if f(a)*f(m) < 0` betyr at nullpunktet ligger mellom a og m (H25).
- Avgjøre topp-, bunn- eller terrassepunkt ut fra fortegnet til den deriverte rett før og rett etter (V26).
- Sette kodelinjer i riktig rekkefølge, finne feil og endre kode.
- Fylle inn manglende linjer: For å finne et bunnpunkt fra $x = 3$ der $f'(3) > 0$ trenger du en liten h (for eksempel `h = 0.0001`), et lite steg `dx = 0.01` og `x = x - dx`, så programmet går mot venstre (E26).
- Lage et program på papir: Skriv koden slik du ville skrevet den i en editor, for eksempel en løkke som går gjennom x fra 0 til 2 og husker det største arealet (E26). Riktig tankegang teller mest, små syntaksfeil teller lite.

Øv på: Fullføre program som finner bunnpunkt, Fullfør Lars sitt program for innskrevet rektangel (a), Funksjonsdrøfting og halveringsmetode, Python-kode for stasjonære punkter, Tangentlinje funnet med derivasjonsprogram, Optimering av rektangelareal og program, Innskrevet rektangel og Lars sitt program

Oppgavetyper med hjelpemidler

Omvendte funksjoner

Slik ser det ut

Del 2 på 8 av 9, Del 1 på H22 og V26 · med på 9 av 9 · 2–6 poeng

Tre grafer. «Avgjør og begrunn for hver av funksjonene om de har en omvendt funksjon» (H24). Eller: «En funksjon f gitt ved $f(x) = \ln(x+2)$ har en omvendt funksjon g. Bestem $g'(1)$» (V26).

Alle oppgavene om omvendte funksjoner (11)

Karakter 2

- En funksjon har omvendt funksjon når hver y-verdi hører til bare én x-verdi. Ingen vannrett linje skjærer grafen mer enn én gang.
- Finne et moteksempel: $f(x) = x^4$ har ikke omvendt funksjon, fordi $f(-1) = f(1) = 1$ (H22).
- Finne den omvendte funksjonen: Sett $y = e^{x-3}$ og løs for x. Det gir $x = \ln y + 3$, så $g^{-1}(x) = \ln x + 3$ (V26).
- Bytte om definisjonsmengde og verdimengde: $D_{f^{-1}} = V_f$.

Øv på: Omvendt funksjon av x⁴ og eksponentialfunksjon (a), Omvendt funksjon fra graf (a), Omvendt funksjon fra grafer

Karakter 4: i tillegg

- Vise at f har omvendt funksjon fordi $f'(x) > 0$ (eller $f'(x) < 0$) i hele definisjonsmengden.
- Den deriverte til den omvendte funksjonen: $g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$. Finn først x med $f(x) = 1$: $\ln(x+2) = 1$ gir $x = e - 2$. Da er $f'(x) = \frac{1}{e}$, og $g'(1) = e$ (V26).
- Største intervall der f har omvendt funksjon: Det går mellom de stasjonære punktene. For $f(x) = x^3 - 6x$ er $f'(x) = 3x^2 - 6 = 0$ når $x = \pm\sqrt{2}$, så intervallet er $\left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$ (V22).
- Bruke den omvendte funksjonen i praksis: Når $Q(t) = Q_0(1 - e^{-2{,}3t})$ skal være 90 % av Q_0, blir $t = \frac{\ln 10}{2{,}3} \approx 1{,}0$ sekund (H22).

Øv på: Derivert av omvendt funksjon til ln, Største intervall for omvendt funksjon R1 V22, Omvendt funksjon og tangentlikninger, Påstander om asymptote og omvendt funksjon, Omvendt funksjon og ladetid for kamerablits

Eksponentielle og logistiske modeller

Slik ser det ut

Del 2 · med på 9 av 9, før 2027 nesten alltid som første oppgave på Del 2, men det er ikke sikkert lenger · 4–8 poeng

«Antallet smittede elever $S(t)$ etter t dager er tilnærmet gitt ved $S(t) = \frac{300}{1+28 \cdot e^{-0{,}3t}}$. Hvor lang tid tar det før 100 elever er smittet?» (V24). Så følger spørsmål om når veksten er størst og hva asymptotene betyr. Fra 2027 lager du ikke modellen med regresjon. Du kan i stedet få tre ferdige modeller og en tabell: «Hvilken av modellene beskriver sammenhengen mellom tid og fart best? Begrunn svaret med minst to argumenter» (E26).

Alle modelloppgavene som kan løses uten datamaskin (6)

Karakter 2

- Regne ut verdier og tolke tallene: I $V(t) = 10\,000 \cdot e^{-0{,}07t} + 500$ er $V(0) = 10\,500$ liter (H24).
- Løse en eksponentiallikning med ln: $2{,}5 - 2{,}5 \cdot 0{,}99^t = 2{,}0$ gir $0{,}99^t = 0{,}2$, så $t = \frac{\ln 0{,}2}{\ln 0{,}99} \approx 160$ sekunder (H23).
- Skrive svaret som en setning med enhet.
- Velge mellom oppgitte modeller: Sett inn noen tall fra tabellen, og se på formen. En eksponentiell modell vokser uten grense, en logistisk flater ut, og C er den største verdien modellen kan nå (E26).

Øv på: Vannreservoar med eksponentiell funksjon (a), Konsentrasjon i kjemisk reaksjon (b), Logistisk modell for raketthastighet R1 E26 (a)

Karakter 4: i tillegg

- Løse en logistisk likning for hånd: $\frac{300}{1+28e^{-0{,}3t}} = 100$ gir $1 + 28e^{-0{,}3t} = 3$, så $e^{-0{,}3t} = \frac{1}{14}$ og $t = \frac{\ln 14}{0{,}3} \approx 8{,}8$ dager (V24).
- Veksten er størst når halve bæreevnen er nådd: $S = 150$ gir $28e^{-0{,}3t} = 1$ og $t = \frac{\ln 28}{0{,}3} \approx 11{,}1$ dager (V24).
- Tolke $V'(12)$ og $V''(12)$ med enhet: Hvor fort endrer mengden seg, og går endringen fortere eller saktere (H24)?
- Finne asymptotene og tolke dem: $y = 300$ betyr at høyst 300 elever blir smittet.
- Lage en logistisk modell fra opplysninger om bæreevne, startverdi og når veksten er størst (V25).
- Tolke parametrene ut fra grafer: I $L(t) = \frac{C}{1+e^{-kt}}$ bestemmer C hvor høyt grafen flater ut, og k hvor bratt den stiger. Forklar hvordan C og k må endres for at grafen skal bli lik en annen graf (E26).
- Løse en ulikhet ved å lese av en graf: Grafen til V' ligger over linjen $y = 2$ mellom skjæringspunktene, så $V'(t) > 2$ omtrent når $45 < t < 92$ (E26).
- Sette opp en delt forskrift som modell ut fra en tekst, og forklare hvorfor den må være kontinuerlig (strømstønad, V26).
- Kunne forskjellen på å *tegne* en graf (nummererte akser, noenlunde nøyaktig) og å *skissere* den (de viktigste egenskapene og punktene kommer tydelig fram).
- Får du bare beskjed om å *sette opp* en likning eller ulikhet, trenger du ikke løse den.

Øv på: Logistisk modell for raketthastighet R1 E26, Logistisk funksjon med glidere for C og k, Stykkevis funksjon for strømstønad, Logistisk vekstmodell batteriteknologi, Newtons avkjølingslov for kaffe med ln-modell

Parameterframstilling og bevegelse

Slik ser det ut

Del 2 · med på 8 av 9 · 6–8 poeng

«Posisjonen til båten etter t timer er $\vec{r}_1(t) = [2 + 24t, 4 + 20t]$. Hvor stor er banefarten til båten?» Deretter: «Undersøk om politiet vil møte piraten» (V22).

Alle oppgavene om parameterframstilling og bevegelse (8)

Karakter 2

- Fartsvektoren er det du får når du deriverer, her [24, 20]. For en rett linje er det tallene foran t.
- Banefarten er lengden av fartsvektoren: $\sqrt{24^2 + 20^2} = \sqrt{976} \approx 31{,}2$ km/h (V22).
- Finne posisjonen ved å sette inn t: Skøyteløperen er etter 30 sekunder i $(6 \cdot 30 + 120, \frac{5}{3} \cdot 30 + 50) = (300, 100)$ (V26).
- Avstanden mellom to posisjoner er lengden av vektoren mellom dem: $|[12, -35]| = 37$ m (H24).

Øv på: Piratbåt og politibåt posisjonsvektorer (a), Skøyteløper og hund med parameterframstilling (a), Posisjonsvektorer for småfugler og rovfugl (a og b), Parameterframstilling og møtepunkt (a og b), To biler på kryss og motorvei (a)

Karakter 4: i tillegg

- Møtes de? Sett posisjonene like med *samme* t. $2 + 24t = 26t$ gir $t = 1$, men da er y-koordinatene 24 og -12. Båtene møtes ikke (V22).
- Krysser banene? Bruk *ulike* parametre, t og s, og løs likningssystemet.
- Minste avstand: Deriver uttrykket under rottegnet. For småfuglene er $d(t)^2 = (12 - t)^2 + (7t - 35)^2$, som er minst når $t = 5{,}14$ s. Da er avstanden omtrent 6,9 m (H24).
- Finne ny fart for å treffe et punkt: Gang retningsvektoren med en ukjent k og løs for k (V22, V26, E26).

Øv på: Avstand mellom fiskebåt og fyr, Skøyteløper og hund med parameterfremstilling R1 E26 (c), Fiskebåt og vektorbevegelse, Ishockeypuck med vektorfunksjon, Stråle gjennom origo og vinkler i trekant

Bare for karakter 4

Kontinuitet og deriverbarhet

Slik ser det ut

Del 1 og Del 2 · med på 7 av 9, alle sett fra V24 · 2–6 poeng

$f(x) = x^2 + 2$ når $x < 0$, og $f(x) = 2e^x$ når $x \geq 0$. «Avgjør om f er kontinuerlig i $x = 0$. Avgjør om f er deriverbar i $x = 0$» (V25).

Alle oppgavene om kontinuitet og deriverbarhet (9)

Karakter 4

- Kontinuitet: Regn ut grenseverdien fra venstre og fra høyre og $f(a)$. Er alle tre like, er f kontinuerlig. I V25 er alle tre lik 2.
- Deriverbarhet: f må være kontinuerlig, *og* den deriverte må være lik fra begge sider. I V25 går f' mot 0 fra venstre og mot 2 fra høyre, så f er ikke deriverbar i $x = 0$.
- Bestemme en parameter: Med $x^2 + 1$ for $x < 2$ og $x - t$ for $x \geq 2$ må $5 = 2 - t$, altså $t = -3$ (V22).
- Vite at $|x|$ er kontinuerlig, men ikke deriverbar i $x = 0$ (H24).

Øv på: Kontinuitet og deriverbarhet stykkevis, Kontinuitet og deriverbarhet stykkvis funksjon R1 V22, Kontinuerlig funksjon med størst mulig definisjonsmengde, Stykkevis funksjon for strømstønad, Stykkevis funksjon og deriverbarhet

Optimering

Slik ser det ut

Del 2, én gang Del 1 · med på 6 av 9 · 2–6 poeng

En kasse uten lokk med kvadratisk bunn kan lages av høyst 120 dm^2 plater. «Hva er det maksimale volumet kassen kan få?» (H23).

Alle optimeringsoppgavene (8)

Karakter 4

- Sette opp størrelsen som en funksjon av én variabel. Med bunn x og høyde h er $x^2 + 4xh = 120$, så $h = \frac{120-x^2}{4x}$ og $V(x) = \frac{120x-x^3}{4}$.
- Regne ut for en gitt verdi først: Med $x = 5$ blir $h = 4{,}75$ og $V = 118{,}75$ dm^3 (H23).
- Derivere og sette lik 0: $V'(x) = \frac{120-3x^2}{4} = 0$ gir $x = \sqrt{40} \approx 6{,}32$ dm og $V \approx 126{,}5$ dm^3.
- Vise at det er et maksimum med fortegnslinje, og sjekke endepunktene.
- Følge kravet til nøyaktighet: «Gi svaret med to desimaler» betyr at du regner med nok desimaler underveis (E26). Funksjonen er valgt slik at $A'(a) = 0$ kan løses for hånd, for eksempel med abc-formelen.

Øv på: Maksimalt rektangel over andregradsgraf E26, Fullfør Lars sitt program for innskrevet rektangel (b), Kasse uten lokk, Tangent til parabel og minste areal av trekant OAB, Optimering av rektangelareal og program, Pyramide i halvkule – størst mulig volum

Påstander: sant eller usant?

Slik ser det ut

Del 2, på V26 i Del 1 · med på 6 av 9 · 2–6 poeng

«Avgjør i hvert tilfelle om påstanden er sann eller usann. a) Hvis $x > 0$, så er $(\ln x)^4 = 4 \ln x$» (V23). Ofte er det én påstand om logaritmer, én om deriverbarhet og én om omvendte funksjoner.

Alle påstandsoppgavene (6)

Karakter 4

- Ett moteksempel er nok til å vise at en påstand er usann: Med $x = e$ er $(\ln e)^4 = 1$, men $4 \ln e = 4$ (V23).
- For å vise at en påstand er sann, må du begrunne den generelt, for eksempel med en regneregel: $e^{k \ln x} = (e^{\ln x})^k = x^k$ (V24).
- Kjenne de vanlige fellene: $\lg a^x = x \lg a$, men $(\lg a)^x$ er noe annet. En funksjon kan ha omvendt funksjon uten å være strengt voksende eller avtakende (V23, V24).
- Skrive konklusjonen tydelig: «Påstanden er usann, fordi …».

Øv på: Avgjør påstander om funksjoner, Påstander om logaritme, derivasjon og invers, Påstander om grenseverdi og deriverbarhet, Påstander om asymptote og omvendt funksjon, Sannhetsverdi av tre påstander om funksjoner og logaritmer

Topp- og bunnpunkter

Slik ser det ut

Del 1, av og til Del 2 · med på 4 av 9, men på alle de fire siste settene · 2–6 poeng

«En funksjon f er gitt ved $f(x) = e^x(6 - e^x)$. a) Bestem eventuelle nullpunkter. b) Vis at $f'(x) = 2e^x(3 - e^x)$. c) Bestem koordinatene til eventuelle topp- eller bunnpunkter» (V26).

Alle oppgavene om topp- og bunnpunkter (6)

Karakter 4

- Nullpunkter fra faktorer: Et produkt er 0 når en av faktorene er 0. e^x er aldri 0, så $6 - e^x = 0$ gir $x = \ln 6$ (V26).
- «Vis at»-oppgaver: Deriver med produktregelen og faktoriser til du får uttrykket som står i oppgaven.
- Fortegnslinje for f': $3 - e^x$ skifter fra pluss til minus i $x = \ln 3$, så $(\ln 3, 9)$ er et toppunkt (V26).
- Lese fortegnet til f': $g'(2) > 0$ og $g'(3) < 0$ betyr at grafen har et toppunkt mellom $x = 2$ og $x = 3$ (H25).

Øv på: Topp- og bunnpunkt for eksponentialfunksjon, Nullpunkter og ekstremalpunkter med produkt, Derivasjon og graffortolkning, Funksjonsdrøfting og halveringsmetode, Identifiser funksjon fra vekstfart og derivert

Tangenter

Slik ser det ut

Del 2, én gang Del 1 · med på 4 av 9 · 2–4 poeng

«Grafen til $f(x) = e^{2x}$ har én tangent som går gjennom origo. Bestem eksakte verdier for koordinatene til tangeringspunktet» (V26).

Alle tangentoppgavene (5)

Karakter 4

- Tangentlikningen i punktet $(a, f(a))$: $y - f(a) = f'(a)(x - a)$.
- Tangent gjennom et punkt utenfor grafen: Sett punktet inn i tangentlikningen og løs for a. Gjennom origo betyr det $f'(a) = \frac{f(a)}{a}$. For e^{2x} gir det $2e^{2a} = \frac{e^{2a}}{a}$, så $a = \frac{1}{2}$ og punktet er $\left(\frac{1}{2}, e\right)$ (V26).
- Det samme med $\ln x$: $\frac{1}{a} = \frac{\ln a}{a}$ gir $\ln a = 1$, så punktet er $(e, 1)$ (V25).

Øv på: Tangent fra origo til eksponentialfunksjon, Tangent til ln og trekantareal, Tangentpunkt og skjæringspunkt tredjegradsfunksjon og linje, Tangent til parabel og minste areal av trekant OAB

Dette kan du hoppe over

Disse har vært med, men blir ikke testet fra 2027, eller er så sjeldne eller vanskelige at tiden er bedre brukt på oppgavetypene over:

- Regresjon på tabelldata for å lage modellen (blir ikke testet fra 2027, men du må kunne velge mellom og tolke oppgitte modeller, se over)
- Cauchys middelverdisetning (H23)
- Generelle bevis om alle tredjegradsfunksjoner (V22 og H23)
- Symmetri i løsningene av $f'(x) = k$ for en rasjonal funksjon (H22)
- Delte forskrifter med fire ukjente som må gi både kontinuitet og deriverbarhet i to punkter (V25 og den siste deloppgaven i H25)